Res. 4°
App. mil
76
t

App. mil. 76 t 4°

Schöpfflein

SPECIMEN TRIGONOMETRIÆ AD FORTIFICATORIAM APPLICATÆ,

Oder

Trigonometrische Berechnung

Aller Linien und Winckel in der Vaubanischen ersten Bevestigungs-Manier, zu genauer Berechnung des Cörperlichen Innhalt des Walls, Brustwehr, Grabens, bedeckten Weegs, Esplanade, und Mauer-Wercks.

Welcher Berechnung einige Propositiones aus Euclide wegen besserer Deutlichkeit nach Mathematischer Lehr-Art vorgetragen, vorhergehen;

Woraus der Nutzen und Nothwendigkeit der Geometrie und Trigonometrie in der Fortifications-Wissenschafft oder sogenannten Ingenieur-Kunst einiger massen erhellet,

Denen Herren Liebhabern besagter Kunst aufgesetzt

Von

ADAM ADOLPH SCHÖPFFLEIN,

Mathematico, wie auch Hochfürstl. Wirtzburg. Ingenieur-Fähndrich.

Cum Superiorum Permissu.

Wirtzburg, zu finden bey Philipp Wilhelm Fuckert, Hof- und Universitäts-Buchhändlern.

Gedruckt bey Marco Antonio Engman, Hof-Buchdruckern. 1742.

R

IR

Dem

Hoch-Edelgebohrnen Herrn

Balthasar Neümann,

Hochfürstl. Bambergisch- und Wirtzburgischen Ober-Ingenieur und Architecto, ingleichen deren Hohen Fürsten und Stände des Hochlöbl. Fränckischen Creyses wohl-verordneten Obersten der Artillerie,

Meinem Hoch- und Großgeehrtesten Herrn.

Hoch-Edelgebohrner Herr,

Hoch- und Großgeehrtester, Hochgeneigtester Patron!

Euer Hoch-Edelgebohrn unterfange mich, gegenwärtige von der Trigonometrischen Berechnung in der Fortification verfertigte Blätter gehorsam zuzuschreiben, worzu mich bevorab Dero in dergleichen Künsten besitzende Wissenschafft und viele Erfahrenheit in der Bürgerlichen und Kriegs-Bau-Kunst veranlasset haben; dann wer weiß nicht, daß die Wissenschafften bey denen Unerfahrnen und Unwissenden verachtet seynd? Ich widme und dedicire solchemnach Eüer Hoch-Edelgebohrn diese wenige Zeilen in tieffen Respect, mit Bitte, solche um so mehr, als gegen Dieselbe meine hegende Hochachtung und Devoir damit offentlich an den Tag legen und bezeigen wollen, geneigt und wohlmeynend aufzunehmen

Euer Hoch-Edelgebohrn

Dienstverpflichtester

Adam Adolph Schöpfflein.

Deme noch dasjenige beyfüge, was Philipp von Zesen bey Verlegung Mallets neüen Vestung-Baues einem Kayserlichen Rath wohlmeynend in Versen zugeschrieben:

Herr, Seine Lieb' und Lust zu allen schönen Sachen,
Und angebohrner Trieb sich hochbeliebt zu machen,
Durch Tugend die Ihn crönt, durch Künste die Er hegt,
Durch Wissenschafft, die Ihn bis zum Gestirne trägt,
Samt Seiner Freündlichkeit, die jedermann erfreüet,
Die machen, daß ich mich darff nahen ungescheüet,
Darff reden so behertzt, darff hoffen einen Blick,
Voll Huld aus Seinem Aug als einem Locke-Strick
Mich ferner anzuziehn, mich vester zu verbinden,
Zur Dienst-Pflicht gegen Ihn mich ewig einzufinden.
Ich weyhe hier etwas, ich schencke eine Schrifft,
Die uns Versicherung nebst anderen verspricht.
Da sich der Schirm-Bau zeigt mit viel geeckten Schütten,
Und da der Streit-Bau deckt die Kriegs- und Läger-Hütten:
Da Mars bald hier, bald dort in voller Arbeit steht,
Und einen neüen Weeg, durch neüe Fünde geht,
Die alten abzuthun, die Fehler zu vermeiden,
Den guten Vestungs-Bau von bösen abzuscheiden.
Wann Teutschland, dem ich bloß zu dienen bin bereit,
Hiedurch gelangen wird zu mehrer Sicherheit;
Dahin mein Thun auch zielt: so bin ich gantz vergnügt,
So hab ich Lohnes satt; und wann mich nicht betrügt
Die Hoffnung, daß mein Herr mir werde günstig seyn,
So zieht das Glück bey mir mit seinen Schätzen ein.

Vor-

Vorred
An den geneigten Leser.

Nachdeme die *Trigonometrie* eine Wissenschafft, welche lehret, wie man aus drey bekandten Theilen des Dreyecks die übrige Theil desselben finden soll; so kan sie dieser Ursach wegen in der Kriegs-Bau-Kunst zu Bestimmung der Linien und Winckel nicht allein wohl angebracht, sondern auch zu vielen Erfindungen gebraucht werden; indeme sie der Probier-Stein ist, ob die von den *Ingenieurs* bisher ausgefundene, oder noch auszufindende Bevestigungs-Manieren durch alle in der *Fortification* übliche *Polygons* oder Vieleck können *practiciret* werden, und ob alle Bau-Linien, wie sie nach den Regeln der jetzigen Kriegs-Bau-Kunst seyn sollen, *proportionirt* ausfallen oder nicht; Als gehet das Absehen gegenwärtiger Blätter dahin, nicht die *in arte peritos* zu unterrichten, sondern denen zu einer gegründeten *Fortifications*-Wissenschafft Lust Tragenden von der *Trigonometri*schen Berechnung einen deütlichen Begriff, welcher durch wenige aus der *Geometria elementari* nöthige Erklärungen, Lehr-Sätz, und Aufgaben verständlich gemacht werden solle, beyzubringen, auch zu weisen, was sich Anfänger zu Vollziehung dergleichen Rechnungen in der *Fortification ex Euclide* bekandt zu machen haben. Sollte sich der Leser, dergleichen in Büchern gesehen zu haben, rühmen, mithin diesen Vortrag vor unnöthig halten; so beliebe derselbe dergleichen Bücher gegen meine Arbeit zu halten, da er alsdann Zweiffels ohne anders urtheilen wird. Er lese solchemnach, mit einer guten *Arithmetic* versehen, diese Blätter in der Ordnung, wie sie geschrieben, durch; so wird er den Nutzen ohnfehlbar, den ich *intendiret*, finden.

Erster Theil.

Grund zur Trigonometrischen Berechnung aller Linien und Winckel in der Vaubanischen ersten Bevestigungs-Manier ꝛc.

In sich haltend

Einige aus der Geometria elementari Euclidis entlehnte nöthige Erklärungen und Lehr-Sätz.

1. Erklärung.

§. I. Der Punct ist der kleinste Theil, davon alle Messung ihren Anfang hat.

Anmerckung.

II. Dann wird etwas nach der Länge gemessen, so stellt man sichs durch die Linie vor, welche aus dem Punct erzeügt wird; wird etwas nach der Länge und Breite gemessen, so heist man den Raum, welcher durch Linien geschlossen wird, Fläche, dessen End eine oder mehrere Linien seynd, die aus dem Punct herfliessen; endlich, so etwas nach der Länge, Breite und Tieffe zugleich gemessen wird, so heisset man es Cörper, dessen End die Flächen, der Flächen End die Linien, dieser aber, wie gesagt, die Puncten seynd.

2. Erklärung.

fig. 1. III. Die Linie ist daher eine Länge ohne Breite.

3. Erklärung.

fig. 2. IV. Die Fläche ein Raum mit der Länge und Breite.

4. Er-

4. Erklärung.

V. Der Cörper ein Raum mit der Länge, Breite und Tieffe zusammen. fig. 3.

5. Erklärung.

VI. Der Circul ist eine Fläche (a b c d g e f b) mit einer krummen Linie, (b c d g e f) welche die circumferenz, peripherie, der Umfang, oder Umkreyß heist, geschlossen, welche aus einem steten Punct oder Centro (a) in der Mitte, mit einerley Weite (a b) gezogen worden, und daher auch alle die von daraus bis an den Umkreyß geführte Linien (a b, a c, a d, a g, a e, und a f,) welche semidiametri oder radii genennet werden, gleich seynd, auch ein jeder der sechste Theil des Umkreyses ist, mithin sechs Radii (a b) denselben in sechs gleiche Theil austheilen, und das Sechseck formiren; der doppelte von einem punct der circumferenz bis zum andern gerad durch das centrum (a) gezogene semidiameter oder radius (b a d wie auch c a e) heisset diameter circuli, oder gantze Durchmesser. Tab. I. fig. 4. fig. 5. fig. 4.

6. Erklärung.

VII. Die Linien (b c, f g) welche von einem punct der circumferenz (b oder f) bis zum andern (c oder g) doch nicht durch das centrum (a) gezogen worden, heissen Chordæ oder Sehnen, auch subtensæ des Bogens, deme sie unterliegen, ob man zwar auch den diametrum (b a d oder c a e) die Sehne von dem halben Circul nennen kan. fig. 4.

1. Willkührliche Satz.

VIII. Der Umkreyß, peripherie oder Umfang eines jeden Circuls wird in 360. gleiche Theil oder Grad eingetheilet, oder wenigsten eingetheilt zu seyn angenommen; hält solchemnach der halbe Umkreyß des Circuls halb 360. oder 180. der 4te Theil oder Quadrant 90, der 8te 45; der 6te 60, und der 12te Theil 30. Grad ꝛc.

2. Willkührliche Satz.

IX. Jeder Grad oder 360ste Theil des Circkels wird ferner vertheilt in 60. andere Theil, und heissen Minuten, ein

ein jedes Minut wieder in 60. Theil oder Secunda, ein jedes Secund weiter in 60. Theil oder 3tia ꝛc. die Grad Minuten und Secunden werden durch Strichlein also angedeutet: 22°. 30'. 40". und heissen 22. Grad, 30. Minuten, und 40. Secunden.

3. Willkührliche Satz.

fig. 6. 7. 8. 9. & 10. X. Wann man einen gewissen Theil des Circuls z. E. den 4ten von 90. Grad, den 3ten von 120, den 8ten von 45, den 6ten von 60. Grad ꝛc. (§. VIII.) nimmt, und sich gleichsam ausgeschnitten vorstellet, so kriegt man folgende Stück oder Sectores (A B C) in denen die gerade Linien (A B, B C) ein Eck, Spitz oder Winckel in (B) formiren.

7. Erklärung.

fig. 6. 7. 8. 9. 10. & 11. XI. Der Winckel ist daher eine Neigung zweyer Linien oder Seiten (A B, B C) gegeneinander, die in einem punct (B) zusammen lauffen.

8. Erklärung.

fig. 7. XII. Wann die Linien oder Seiten (A B, B C) in dem Eck oder Winckel (B) also zusammen lauffen, daß eine Seite (A B) von der andern (B C) in der Weite des Bogens von 90. Grad abstehet, so heist das Eck, oder der Winckel (B) ein rechter Winckel.

9. Erklärung.

fig. 7. XIII. Die aufrechte Linie oder Seite (A B) bey dem rechten Winckel (B) heist alsdann die Bley-Waag, Senckel, wie auch perpendicular, die 2te Seite (B C) aber Wasser-Paß oder Horizontal-Linie, und ist in der Natur ein Stück Bogen vom Umkreyß des Erd-Circkels, dessen puncta vom centro wenigstens physice in gleicher Weite entfernet. (§. VI.)

10. Erklärung.

fig. 6. 8. 9. 10. 11. XIV. Wann die Linie oder Seite (A B) in der Weite des Bogens über oder unter 90. Grad von der 2ten (B C) entfernet, so nennt man die Winckel in (B) schrege Winckel; in jenem Fall machen die Linien (A B, B C fig. 6.)

und

und 11.) einen stumpffen, in fig. 8. 9. 10. aber einen spitzigen Winckel.

4. Willkührliche Satz.

XV. Die Winckel (B) bemerckt man mit drey Buchstaben, also daß der Eck-Buchstab (B) wann er entweder geschrieben, oder ausgesprochen wird, in Mitte der Seiten-Buchstaben (AB, BC) zu stehen komme, und müssen daher die erklärte Winckel (B) mit ABC oder CBA ausgesprochen oder geschrieben werden. Und diese Benennung oder Zeichnung der Winckel mit 3. Buchstaben findet gemeiniglich statt, wann mehrere an einem punct (B) stehen, wie z. E. bey fig. 5. 10. und 11. fig. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 14. 16.

11. Erklärung.

XVI. Wann man an einem Winckel (B) eine Seite z. E. (CB in D) verlängert, so entspringen an dem punct (B) 2. Winckel (DBA, ABC) (§. XV.) und werden an- oder beyliegende Winckel genennt. fig. 10.

1. Grund-Satz.

XVII. Wann man gleiches zu gleichen leget; so wird das aggregat oder die Summ gleich; und wann man von gleichen ein gleiches abziehet, so wird auch der Rest oder die differenz gleich. Das Zeichen der addition ist (+) der subtraction (—) der multiplication (.) der division (:) das Zeichen der Gleichheit (=) z. E. 4 + 5 bedeütet so viel als 9. 5 — 4 bedeütet 1. 4. 5 bedeütet 20. 5 : 2 bedeütet $2\frac{1}{2}$ rc.

Anmerckung.

XVIII. Wird also hier schon in dem Leser die Arithmetic erfordert.

1. Lehr-Satz.

XIX. Die an- oder beyliegende Winckel (ABC, CBD §. XVI.) betragen so viel als zwey rechte Winckel, oder 2 mal 90, das ist 180. Grad, folglich den Raum eines halben Circkel-Bogens.

Beweiß.

fig. 10. Ziehet man aus dem punct (B) in beliebiger Weite den halben Circkel-Bogen (ACD) so siehet man, daß der Winckel ABC, mit CBD 180. Grad betrage (§. VIII.), diese aber begreiffen 2 mal 90. Grad, das ist den Raum zweyer rechten Winckel, oder eines halben Circkel-Bogens. Welches zu erweisen ware.

1. Zusatz.

fig. 11. XX. Verlångert man an einem Winckel ABC beede Seiten, nemlich AB in F, und BG in C; so entstehen 4. Winckel: 1mo GBA, 2do GBF, 3tio ABC, und 4to CBF, welche alle 4. zusammen viermal 90. oder 2 mal 180. das ist 360. Grad oder 4. rechte Winckel ausmachen; dann nach vorigen Lehr-Satz §. XIX. machen die 2. anliegende Winckel GBA, GBF 180. Grad, folglich werden die 2. übrige FBC, CBA auch 180. Grad, das ist zusammen 4. rechte Winckel oder 360. Grad betragen.

2. Zusatz.

XXI. Und daher, wann auch 10, 100, oder mehrere Winckel an einem punct (B) stůnden, so betrageten sie insgesamt nicht mehr als 4. rechte, weilen alle in der peripherie des Circkels von 360. Grad (§. VIII.) begriffen.

12. Erklårung.

fig. 11. XXII. Die Winckel (GBA, FBC) wie auch (ABC, FBG) einander Creutz-weis entgegen liegend, werden Scheitel-Winckel genennet.

2. Lehr-Satz.

XXIII. Die Scheitel-Winckel z. E. ABG, CBF seynd einander gleich.

Beweiß.

Wann man zu den ersten Winckel (ABG) den 2ten (ABC) leget, so kriegt man nach (§. XVI.) 2. anliegende Winckel, welche nach §. XIX. 2. rechte Winckel oder 180. Grad betragen; addirt man gleicherweis zu den Winckel (CBF) den vorigen (ABC) so kriegt man ebenfalls 2. an-

liegende

liegende Winckel, (§. XVI.) mithin zweyen rechten gleich (§. XIX.) nimmt man von jeden halben Circkel (BGAC, BFCA) die einander gleich, (§. XIX.) den Winckel ABC, und beeden gemein, und sich selbsten gleich ist, hinweg; so bleiben die Scheitel-Winckel (ABG ABC) übrig, und zwar vermög (§. XVII.) gleich W. z. E.

Oder kürtzer nach Hrn. Wolf.

gba + abc = 180 Grad.
cbf + abc = 180 Grad.
Ergo GBA — abc = CBF — abc Q. e. d.

13. Erklärung.

XXIV. Parallel-Linien seynd (GC, HF) welche bey ihren Perpendicular-Linien (§. XIII.) CH, GF gleiche Weite voneinander haben. fig. 12.

3. Lehr-Satz.

XXV. Wann die gerade Linie (ab) über zwey oder mehrere Parallel-Linien z. E. cd ef schreg einfällt; so seynd 1mo die Wechsel-Winckel cgh, ghf, item dgh, ghe einander gleich, wie auch 2do die äussere agd, cga, denen inneren ghf, ehg. fig. 13.

Beweiß.

1. Ziehet man die Perpendicular-Linien (CH, GF) welche nach §. XXIV. gleich seynd, wie auch die Winckel C, F, nach §. XII.; so werden auch cgh, ghf die Wechsel-Winckel, denen die gleiche Seiten ch, gf entgegen stehen, gleich seyn. (§. XXXVII.)

2. Nach §. XXIII. seynd die Scheitel-Winckel agd, cgh einander gleich, und nach num. 1. §. XXV. ist der Wechsel-Winckel cgh dem Wechsel-Winckel ghf gleich; so wird auch der äussere Winckel agd dem inneren ghf gleich seyn; Welches das Andere zu erweisen war.

14. Erklärung.

XXVI. Wann des Winckels (ABC) 2. Seiten (AB, BC) mit der 3ten AC angeschlossen werden; so entstehet daraus ein Dreyeck oder Triangel ABC, welches fig. 14.

drey Seiten (AB, BC, AC) und 3. Winckel, 1mo BAC, 2do CBA, 3tio ACB hat. §. XV.

15. Erklärung.

fig. 14. 15. 16. 21. XXVII. Ein spitzwinckliches Triangel ist, darinnen alle Winckel spitzig und unter 90. Grad fallen.

16. Erklärung.

fig. 17. 19. XXVIII. Ein stumpffwinckliches, darinnen ein Stumpff-Winckel nebst zweyen spitzigen befindlich, die stumpff- und spitzwinckliche Triangel werden mit einem Namen schreg-winckliche genennt.

17. Erklärung.

fig. 18. 20. XXIX. Ein rechtwinckliches Dreyeck oder Triangel ist, darinnen nebst 2. spitzigen ein rechter Winckel enthalten.

18. Erklärung.

fig. 15. XXX. Ein gleichseitiges Dreyeck ist, darinnen 3. gleiche Seiten.

19. Erklärung.

XXXI. Ein gleichschenckliches Dreyeck ist, das nur 2. gleiche Seiten (AB, BC) die 3te Seite AC aber entweder grösser oder kleiner hat, und darinnen kan entweder ein stumpffer, oder ein rechter, oder 3. spitzige Winckel Platz finden. (fig. 17. fig. 18. fig. 16.)

20. Erklärung.

XXXII. Ein ungleichseitiger Triangel ist, der drey ungleiche Seiten hat; befindet sich darinnen ein rechter Winckel, fig. 20; so heist die Seiten, die ihme entgegen lieget, hypothenusa, eine von den Seiten, welche den rechten Winckel einschliessen, wird nach Unterscheid Basis und Cathetus oder perpendicularis genennt. (fig. 14. 19. 20. 21.)

4. Lehr-Satz.

fig. 14. XXXIII. In jeden Triangel ABC macht die Summ der drey Winckel (h, y, n) an Graden so viel, als 2. rechte Winckel, oder einen halben Circkel-Bogen von 180. Grad, und der äussere Winckel ACI ist den 2. inneren y, h gleich.

Be-

Beweiß.

1. Nachdem man eine Seite des Triangels z. E. BC in l verlängert, und durch den Winckel (A) die parallel mit der basi oder Grund-Linie (BC) gezogen; so entstehen nach §. XXV. durch die Seiten BA die Wechsel-Winckel x y, desgleichen durch die Seite AC die Wechsel-Winckel o n, welche nach eben §. XXV. num. 1. gleich seynd, demnach ist $x + h + o = 180$. §. VIII. Welches das Erste,

2. Nach gezogener Parallel-Linie (ck) mit der Seite (BA) entstehet der Winckel KCI, welcher nach num. 2. §. XXV. dem innern Winckel y gleich, und, weilen die Wechsel-Winckel h d einander vermög num. 1. §. XXV. gleich seynd; so muß auch der äussere Winckel ACI den 2. inneren $y + h$ gleich seyn. Welches das Andere zu erweisen ware.

1. Anmerckung.

XXXIV. Wann solchemnach ein Winckel in dem Triangel an Zahl der Graden bekandt, so kan man auch die Summ der 2. übrigen Winckel in Graden erfahren, und wann die Summ der Graden von 2. Winckel im Triangel gegeben; so kan man auch den 3ten daraus bekandt machen; indeme die an Graden bekandte Winckel nur von 180. abgezogen werden dörffen.

2. Anmerckung.

XXXV. Es kan daher nicht mehr als ein eintziger stumpffe Winckel mit 2. spitzigen, desgleichen nur ein rechter Winckel mit 2. spitzigen Winckeln in dem Triangel Platz haben.

3. Anmerckung.

XXXVI. In einem rechtwincklichen Triangel halten die 2. spitzige Winckel zusammen 90. Grad, wann deswegen der eine davon 30. Grad hält; so wird der andere spitzige Winckel das complement oder die Erfüllung zu 90. Grad seyn, und 60. Grad halten.

2. Grund-Satz.

XXXVII. In dem gleichseitigen Triangel hat jeder Win-

Winckel $\frac{2}{3}$ von 90. das ist 60. Grad; folglich haben die 3. Winckel 3 mal 60. oder 180. Grad §. XXXIII., folget daher, daß, wo gleiche Seiten seynd, gleiche Winckel denselben entgegen liegen; hingegen wo ungleiche Seiten, der grösten Seite der gröste Winckel, der kleinen Seite der kleine, und der geringsten Seite der kleinste Winckel entgegen stehe; hingegen liegt dem kleinsten Winckel die kleinste Seite, dem kleinen Winckel die kleine, dem grösten Winckel die gröste Seite entgegen.

Zusatz.

XXXVIII. Daher hat der gleichschenckliche Triangel §. XXXI. bey der basi 2. gleiche Winckel, der 3te Winckel ist entweder grösser oder kleiner.

5. Lehr-Satz.

fig. 21. XXXIX. Wann in zweyen Triangeln (l, m,) 2. Seiten AB, AC des ersten Triangels (l) zweyen Seiten (ab, ac) des 2ten (m), und die zwischen liegende Winckel (Aa) der beyden Triangel gleich seynd; so werden auch die übrige Seiten BC, bc, mit den übrigen Winckeln Bb, Cc gleich seyn.

Beweiß.

Wann man sich den ersten Triangel (l) auf den 2ten (m) dergestalt gelegt zu seyn einbildet, daß die Seite AB auf der Seite ab ruhe und sie decke; so wird wegen der supponirten Gleichheit der Winckeln (Aa) die Seite (AC) auf die Seite (ac) fallen, und die Seite BC die Seite bc decken, und also nach §. XXXVII. den gleichen Seiten AB ab gleiche Winckel; Cc den gleichen Seiten (AC, ac) gleiche Winckel Bb entgegen liegen, mithin wird die Seite BC des ersten Triangels (l) der Seiten (bc) des 2ten (m) mit den übrigen Winckeln Bb und Cc gleich seyn. W. z. E.

21. Erklärung.

XL. Eine Verhältnuß ist eine Vergleichung eines gegen das andere von gleicher Art, z. E. einer Linie mit einer

andern

andern durch die subtraction oder division, wann nemlich das erste oder vördere Glied von dem 2ten oder hintern Glied, oder dieses vom ersten abgezogen wird, in diesem Fall wird die Verhältnuß eine arithmetische genennt, wann aber das erste oder vördere Glied durch das 2te oder hintere Glied, oder dieses durch jenes dividiret wird, so heisset die Verhältnuß eine geometrische.

22. Erklärung.

XLI. Eine doppelte Verhältnuß wird genennt, welche aus 2. vörderen und 2. hintern Gliedern bestehet, nemlich 1 verhält sich zu 2, wie 3 zu 4, oder 1 verhält sich zu 2, wie 4 zu 8, in der ersten seynd 1 und 3 die 2 vördere, 2 und 4 die 2. hintere Glieder, desgleichen in der 2ten seynd die vördere 1 und 4, die 2 hintere 2 und 8; und diese doppelte Verhältnuß nennt man Proportion oder Aehnlichkeit zweyer Verhältnussen. Die arithmetische schreibt man also 1 — 2 ═ 3 — 4; die geometrische aber 1 : 2 ═ 4 : 8, und also von den übrigen zu reden. §. XVII.

Anmerckung.

Diese Redens-Art hat im ersten Fall den Verstand: um wie viel die erste Zahl grösser oder kleiner als die andere, um eben so viel ist die 3te Zahl grösser oder kleiner als die vierdte. Hingegen in dem 2ten Fall muß man sie dergestalt erklären: wie vielmal die erste Zahl die andere in sich enthält, oder in derselben enthalten ist, eben so vielmal enthält die 3te Zahl die vierdte in sich, oder ist in derselben enthalten.

23. Erklärung.

XLII. Wann in 2. ungleichseitigen Triangeln (Lec adc) die 3. Winckel des ersten Triangels den 3. Winckeln des 2ten gleich seynd, so nennt man die Triangel Lec, adc ähnliche, darinnen allzeit 4. gleichnähmige Seiten Le, ad Lc, ac (nach §. XLI.) proportional, folglich Le : ad ═ Lc : ac. fig. 28.

6. Lehr-Satz.

XLIII. Wann in einem Triangel Lec eine Linie da mit fig. 28.

der

der anderen Le parallel gezogen wird; so verhält sich cd:da=ce:el §. XLI.

Beweiß.

Weil da mit Le parallel supponirt wird, so ist der Winckel CLe dem Winckel cad, der Winckel Led dem Winckel adc nach §. XXXV. gleich, und daher Le:ec= ad:dc oder invertendo; ec:Le=dc:ad nach §. XLII. W. z. E.

24. Erklärung.

fig. 28. XLIV. Wann man die Sehne AB des Bogens aeb (§. VII.) bey den punct d in 2. gleiche Theil theilet; so wird DA=BD die halbe Sehne oder halbe Chorda, die Seite da aber nach perpendicular durch das punct d gezogenen diametro edci (§. VI.) der sinus des Bogens ac, oder Winckels ace genennt, wie auch sinus des complements zu 180. nemlich des Bogens ami oder des Winckels aci.

Zusatz.

XLV. Haben also die beyliegende Winckel §. XV. ace aci einerley sinum ad.

25. Erklärung.

fig. 28. XLVI. Die Linie Le welche auf dem End des Radii ec (§. VI.) perpendicular (§. XIII.) steht, heisset des Bogens ac oder des Winckels eca Tangens, Lc aber desselben Bogens und Winckels secans.

26. Erklärung.

fig. 28. XLVII. Hingegen die Seite ed wird sein sinus versus, und die Seite ag=dc der sinus des Bogens (am) welcher mit ea 90. Grad (§. XXXVI.) macht, der sinus complementi oder auch cosinus genannt, der Tangens ml von diesen Bogen am, oder dem Winckel Lcm Tangens complementi oder Cotagens, ingleichen der kleinere secans lc, secans complementi oder cosecans.

27. Erklärung.

fig. 28. XLVIII. Endlich der Radius ec heisset der sinus totus, oder sinus des Quadranten em, oder sinus des rechten Winckels §. XII.

7. Lehr=

7. Lehr-Satz.

XLIX. Die sinus BC, bc ähnlicher Bögen BG, bg fig. 24. num. 1. & 2. haben gegen ihre Radios AG, ag einerley Verhältnuß.

Beweiß.

Wann die Bögen BG, bg einander ähnlich, so hat jeder gleich viele Grad, §. XLII. und also seynd die Winckel Aa einander gleich. Nun seynd auch bey Cc rechte Winckel §. XLIV. derowegen ist nach §. XLVIII. BC : BA = bc : ba. fig. 24. num. 1. & 2.

Zusatz.

L. Man hat dem Sinui Toti in jedem Circkel insgemein 100000. oder auch mehrere Theil zugeeignet, und durch Hülffe der Geometrie, wie in der 3ten Aufgab unten gezeigt werden soll, berechnet, wie viel derselben Theil der Sinus und Tangens von jeden Grad, ja einer jeden Minut durch den Quadranten bekommt.

8. Lehr-Satz.

LI. Der Winckel acd an dem Mittel-Punct eines Circkels ist 2mal so groß wie der Winckel ABD an der circumferenz, welcher mit ihme auf einem Bogen ad stehet. fig. 25. num. 1. 2. & 3.

Beweiß.

1. Der Winckel o ist gleich dem Winckel x und u zusammen nach §. XXXVI, weil aber Ac gleich BC nach §. VI; so ist der Winckel x dem Winckel u gleich nach §. XXXVII, folgends der Winckel o den Winckeln u und x, oder dem Winckel u zweymal. fig. 25. num. 1.

2. Der Winckel x ist gleich dem Winckel y zweymal genommen, und der Winckel u ist gleich dem Winckel o 2mal genommen, wie in vorigen num. 1. erwiesen worden, derowegen ist auch der Winckel x und u gleich dem Winckel y und o zweymal genommen. fig. 25. num. 2.

3. Der Winckel o und x ist gleich dem Winckel u und y 2mal genommen, wie num. 1. erwiesen worden; derowegen ist der Winckel x in centro doppelt so groß als der Winckel y in der peripheria. Welches zu erweisen wäre. fig. 25. num. 2.

Herr Wolf deütet diesen Beweiß also an $o = x + u$, weil aber AC gleich BC, so ist $x = u$ folgends $o = u + u = 2u$.

2. $x = 2y$ und $u = 2o$ wie erst num. 1. erwiesen; derowegen ist $x + u = 2y + 2o$.

3. $o + x = 2u + 2y$, und $o = 2u$ wie num. 1. erwiesen worden; derowegen ist $x = 2y$. W. z. E.

9. Lehr-Satz.

fig. 26. LII. In jeden Triangel ABC verhalten sich die Seiten wie die sinus (§. XLIV.) der ihnen entgegen stehenden Winckel.

Beweiß.

Man bilde sich ein, der Triangel ABC seye in einem Circkel geschrieben; so ist der halbe Bogen AB das Maas des Winckels C §. LI. und also ist die halbe Seite AB desselben sinus §. XLIV, eben so ist der halbe Bogen AC das Maas des Winckels B, und daher die halbe Seite AC der sinus des Winckels B, derowegen verhält sich AB : sin. C = AC : sin. B §. XLIX. W. z. E.

28. Erklärung.

fig. 2. 22, 23. LIII. Ein Quadrangulum ist eine Figur, welche 4. Seiten und 4. Winckel hat, die Seiten mögen hernach gleich oder ungleich, und die Winckel rechte oder schrege seyn.

29. Erklärung.

LIV. Hat das Quadrangulum 4. gleiche Seiten, und 4. rechte Winckel, so wird es ein Quadrat genennt fig. 22.; hat es 4. gleiche Seiten, aber 4. schrege Winckel, so heist es rhombus, fig. 23.; seynd im Quadrangulo nur 2. entgegen gesetzte Seiten gleich, die 4. Winckel aber rechte, so heist es parallelogramum oder rectangulum, fig. 2. nu. 1.; seynd aber die 4. Winckel schreg, und die gegengesetzte Seiten aber nur gleich, so heist das Quadrangulum Rhomboides, als in fig. 27. cdef.

30. Erklärung.

fig. 22, 23. & 27. LV. In denen Quadrangulis wird die von einem Eck zum

zum andern schreg gezogene Linie diagonalis genennt, und schneidet jederzeit die §. LIV. beschriebene Quadrangula in 2. gleiche Triangel.

31. Erklärung.

LVI. Ein Trapezium ist eine 4seitige Figur a b c g mit ungleichen Winckeln und Seiten, darinnen 2. Seiten parallel; die übrige 4seitige Figuren werden trapezoides oder polygona genennt. fig. 27. fig. 2. num. 2.

Regularia polygona seynd, welche gleiche Winckel und gleiche Seiten haben, und daher in den Circul eingeschrieben werden können; irregularia aber, welche ungleiche Seiten und Winckel haben, und in den Circkel nicht eingeschrieben werden können. fig. 2. num. 2. fig. 5.

10. Lehr-Satz.

LVII. Die Quadrangula (a b c d, c d e f) welche auf einerley Basi oder Grund-Linie c d = c f und zwischen zwey Parallel-Linien a f, c h stehen, seynd gleich.

Beweiß.

Wann man zu den gleichen Seiten a b, e f §. LIV. die Linie b e füget, so formiren sich 2. Triangel (a c e, b f d) in welchen die Seite a c der Seite b d, und die Seite a c der Seite b f nach §. LIV. mit den zwischen liegenden Winckel a und b nach §. XXV. num. 2. gleich seynd; folglich werden auch nach den 5ten Lehr-Satz §. XXXIX. besagte Triangel (a c e, b f d) einander gleich seyn; nimmt man von diesen beeden gleichen Triangeln das gemeine Triangel x hinweg, so bleiben vermög §. XVII. gleiche Theil oder die trapezia a b c g, d g e f übrig, leget man diesen, das ist jeden trapezio wiederum ein gemeines Triangel o hinzu, so kriegt man nach eben den §. XVII. gleiche Quadrangula a b c d, c d e f. W. z. E. fig. 27.

Zusatz.

LVIII. Und daher seynd die Triangel (a c d, c d e) als die Helffte der Quadrangulorum a b c d, c d e f die durch ihre Diagonal-Linien a d, d e in 2. gleiche Theil §. LV. getheilet fig. 27.

theilet werden, und auf einer Basi oder Grund-Linie (cd) und zwischen 2. Parallel-Linien oder gleicher Höhe a c, f h mit den Quadrangulis stehen, einander gleich.

II. Lehr-Satz.

fig. 29. LIX. In einem jeden rechtwincklichen Triangel b a c ist das Quadrat b c f g der hypothenusæ b c §. XXXII. so groß als die Quadrata (b d h a, i a c e) der 2. übrigen Seiten a b, a c des Catheti, und Baseos zusammen.

Beweiß.

Nachdeme man die Linien d c, a f, wie auch b c, a g, und a l k gezogen, so seynd 1mo die 2. Triangel b d c, b a f einander gleich; der erste stehet mit dem Quadrato a b d h auf einerley Grund-Linie b d, und zwischen 2. Parallel-Linien h c, d b, folglich wird das Triangel d b c die Helffte des Quadrati a b d h seyn nach §. LVIII., wie dann auch das Triangel a b f die Helffte des Quadranguli b l f k, weilen es auch auf einer Grund-Linie b f mit besagten Quadrangulo und zwischen 2. Parallel-Linien a k, b f stehet, und weilen die 2. Triangel a b f, b d c wie gesagt worden, gleich, als wird auch das Quadrat a b d h dem Quadrangulo b l f k als der doppelte Theil der Triangeln §. LVIII. gleich seyn. Auf gleiche Weis seynd die 2. Triangel b c e, a c g einander gleich nach §. XXXIX., weilen die Seiten c e, c a Seiten von einem Quadrat a i e c seyn, wie auch c b, c g Seiten des Quadrats b c f g, und daher vermög §. LIV. gleich, der Winckel a c g auch dem Winckel e c b gleich ist nach §. XVII. Nun so steht der erste Triangel b c e mit dem Quadrat a i e c auf einer Grund-Linie c e, und zwischen den Parallel-Linien b i, c e, folglich ist der Triangel b c e die Helffte ermeldten Quadrats §. LVIII. Der 2te Triangel aber a c g ruhet mit dem Quadrangulo l c k g auf einer Basi c g, und zwischen den Parallel-Linien a k g c; so ist auch dieses Triangel die Helffte des Quadranguli b c k g; nun seynd aber die beede Triangel b c e, a c g die Helffte ihrer Quadrangulorum §. LVIII., so müssen auch ihre Dupla, das ist die Quadrangula a i c e, l c k g einander gleich seyn;

folg-

folglich das Quadrat b c f g von der hypothenusa b c den 2. Quadratis b d h a, i a c e der 2. übrigen Seiten a b, a c nemlich des Catheti und Baseos des rechtwincklichen Triangels b a c zusammen. W. z. E.

32. Erklärung.

LX. Tabulæ Sinuum & Tangentium seynd die Tafeln, darinn man die Sinus Tangentes §. LIV. und LVI. vor alle Grad und Minuten des Quadranten §. VIII. und IX. findet.

1. Aufgab.

LXI. Die Tabellen der Sinuum Tangentium zu berechnen, oder vielmehr den Grund, wie solche berechnet worden, zu zeigen.

Auflösung.

Es seye z. E. der Radius a c nach §. L. in 100000 oder mehrere Theil getheilet, und der Winckel l c m halte 30. Grad, weilen der semidiameter a c gleich ist dem 6ten Theil des Circkels §. VI. und also der Chordæ oder Sehnen eines Bogens oder Winckels von 60. Grad, so wird der sinus a g von 30 Grad dem halben radio a c gleich seyn, mithin 50000. Theil, deren a c der sinus totus 100000 hat, in sich halten. In dem rechtwincklichen Triangel c g a nun, so hält das Quadrat der Seite a c nach §. LIX. die Quadrata der 2. übrigen Seiten c g, a g in sich, quadriret demnach den radium a c = 100000 Theil, das ist, multiplicirt 100000 mit 100000, und von dem product (10000000000) ziehet das Quadrat der Seiten a g = 2500000000 ab, so bleibt das Quadrat der Seite c g = a d oder Cosinus übrig = 7500000000, nach ausgezogener Quadrat-Wurtzel findet man g c = a d, das ist, den Cosinum des Winckels a c g §. XLVII. = 86602. wie er in den Sinus-Tabellen stehet. Inferiret man jetzt nach den §. LVIII. a g = c d : d a = a c = c e : e l, so kriegt man den Tangenten e L des Winckels L c e von 60. Grad = 173205. Addirt man hernach zu den Quadrat des Tangenten e l das Quadrat a c = c e, so findet man nach fig. 28.

 §. LIX.

§. LIX. das Quadrat L c, woraus man nach ausgezogener Quadrat-Wurtzel den Secanten L c finden kan.

Zusatz.

LXII. Auf diese Art seynd die Zahlen der übrigen Sinuum Tangentium und Secantium der Tabellen gefunden worden.

33. Erklärung.

LXIII. Die Trigonometrie oder Dreyecks-Messung ist eine Kunst aus 3. bekandten Theilen eines Dreyecks die übrige drey mit Zuziehung der erklärten Tabularum Sinuum und Tangentium ꝛc. zu erfinden. Nemlich jedes Dreyeck bestehet aus 3. Seiten und 3. Winckeln §. XXV. Wann nun 1mo 2. Seiten und ein Winckel, 2do 2. Winckel und eine Seite, 3tio 3. Seiten gegeben worden oder bekandt seyn; so lehret die Trigonometrie, wie man im ersten Fall die übrige 2. Winckel und dritte Seite, in andern die übrige 2. Seiten, in dem dritten aber die 3. Winckel finden soll. Vid. Wolf.

Zusatz.

LXIV. Daher schliesset man in der Trigonometrie von der in Graden und Schuhen determinirten Winckeln und Seiten, auf die in Graden oder Schuhen noch unbekandte Winckel und Seiten, da man nemlich die Seiten des Triangels als Sinus Tangentes oder Secantes determinirter Theilen §. LXI. ihrer Graden gelten lässet, daraus man mit einem nach gewisser Maas der Ruthen oder Schuhen bekandten Sinu zu einen andern Sinum eines gewissen und bekandten Winckel, wie viel derselbe Ruthen oder Schuh hat, gelangen kan, wie aus der Berechnung zu sehen.

34. Erklärung.

LXV. Wann eine Reihe Zahlen in geometrischer Proportion und eine andere in arithmetischer (§. XLI.) fortgehen; so heist die in der letzteren die Logarithmi der ersteren.

1. An-

1. Anmerckung.

LXVI. Es seyn die beyde Reihen Zahlen

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

unter welchen die ersten in einer geometrischen, die andern in einer arithmetischen Proportion fortgehen; so ist 0 der Logarithmus von 1, 1 der Logarithmus von 2, 2 der Logarithmus von 4, 7 der Logarithmus von 128 und so weiter.

2. Anmerckung.

LXVII. Wann der Logarithmus von eins 0 ist, so ist der Logarithmus des Products gleich der Summ der Logarithmorum der in einander multiplicirten Zahlen. Z. E. 3 die Summ der Logarithmorum 1 und 2 ist der Logarithmus von 8 dem Product der beyden Zahlen 2 und 4. Wiederum 7 die Summ der Logarithmorum 2 und 5, ingleichen 4 und 3 ist der Logarithmus von 128, dem Product aus den beyden Zahlen 4 und 32, ingleichen 8 und 16. Daher ist der Logarithmus des Quadrats dem Logarithmo der Wurtzel zweymal genommen, gleich. Z. E. 4 der Logarithmus von der Quadrat-Zahl 16 ist 2mal so groß wie 2 der Logarithmus von der Wurtzel 4, und 6 der Logarithmus von der Quadrat-Zahl 64 ist 2mal so groß wie 3 der Logarithmus von der Wurtzel 8. Hingegen die Helffte eines Logarithmi ist der Logarithmus der Wurtzel aus der ihm zugehörigen Zahl. Also ist die Helffte des Logarithmi 8 der Logarithmus der Wurtzel 16 aus der Quadrat-Zahl 256. Gleichergestalt ist der Logarithmus einer Cubic-Zahl dreymal so groß wie der Logarithmus der Wurtzel: als 9 der Logarithmus von der Cubic-Zahl 512 ist 3mal so groß als 3 der Logarithmus von der ihr zugehörigen Wurtzel 8. Und daher ist der Logarithmus der Cubic-Wurtzel der 3te Theil des Logarithmi der Cubic-Zahl. Z. E. 2 der Logarithmus von 4 ist der 3te Theil des Logarithmi 6 von der Cubic-Zahl 64.

3. An-

3. Anmerckung.

LXVIII. Wann der Logarithmus von eins ein o ist; so ist der Logarithmus des Quotienten der Unterschied zwischen den Logarithmis der beyden Zahlen die man durcheinander dividiret. Und findet man den Logarithmum von einen Bruch, wann man den Logarithmum des Zehlers von dem Logarithmo des Nenners abziehet, und vor das Uberbliebene das Zeichen der Subtraction (—) setzet. Also ist 2 der Unterscheid zwischen 5 und 7 der Logarithmus des Quotienten 4, welcher heraus kommt, wann man die dazu gehörige Zahlen 128 und 32 durcheinander dividiret. Ingleichen 5 die Differenz zwischen 3 und 8 ist der Logarithmus von 32 dem Quotienten der heraus kommt, wann man 256 durch 8 dividiret. Hingegen —1, der Unterscheid zwischen o und 1 ist der Logarithmus von $\frac{1}{2}$.

4. Anmerckung.

LXIX. Hieraus erhellet, wie die Logarithmi das Multipliciren in Addiren, das Dividiren in Subtrahiren; die Ausziehung der Quadrat-Wurtzel in Halbiren, und die Ausziehung der Cubic-Wurtzel in das Dividiren durch 3 verwandeln.

5. Anmerckung.

LXX. Man hat die Logarithmos von 1, 10, 100, 1000, 10000. angenommen, 0. 00000000. 100000000. 200000000. 300000000. 400000000. und auf eine sehr mühsame Art die Logarithmos aller Zahlen von 1 bis 10000, ja nach diesen gar bis 100000 gefunden. Daraus hat man ferner die Logarithmos sinuum und Tangentium gerechnet. Wie die Logarithmi gebraucht werden, erhellet aus den Problematis unten.

2. Aufgab.

LXXI. Den Inhalt eines Triangels, wann die Basis und Cathetus bekandt, durch Rechnung zu erkundigen.

Auflösung.

Multipliciret man die Basin mit dem Catheto oder per-

Perpendicular, so kriegt man ein Quadrangulum, dessen Helffte nach §. LVIII. der Inhalt des Triangels ist.

Anmerckung.

LXXII. Hier supponiret man auch den Gebrauch und Eintheilung der Meß-Gerthen, wie auch des verjüngten Maas-Stabs; die Ruthen werden angedeutet mit o, die Schuh mit einem Strichlein (,) die Zoll mit zwey (,,) die Linien mit drey Strichlein (,,,).

3. Aufgab.

LXXIII. Den Inhalt eines Triangels zu berechnen, darinnen alle Seiten bekandt seyn.

Auflösung.

1. Addiret man die 3. bekandte Seiten des Triangels in eine Summ zusammen, und halbiret die Summ.

2. Subtrahiret man von der halben Summ eine jede Seiten; so bekommt man 3. Zahlen oder Differenzien zwischen jeder Seiten und der halben Summ.

3. Multipliciret man diese 3. Differenzien in einander, und multipliciret dieses Product mit der halben Summ, so kriegt man ein Product, daraus die Radix quadrata extrahirt werden muß, welche den gesuchten Inhalt des Triangels geben wird.

4. Aufgab.

LXXIV. Ein Quadrangulum §. LIV. zu berechnen.

Auflösung.

Man multipliciret die Perpendicular-Linie mit der Basi, und nimmt das Product zu dem Inhalt des Quadranguli.

5. Aufgab.

LXXV. Ein Trapezium und Polygon zu berechnen.

Auflösung.

1. In Trapezio vergleichet man die 2. parallele Seiten, das ist, addirt dieselbe, und mit der halben Summ multiplicirt man die Perpendicular-Höhe desselben. Oder:

2. Resolvirt man das Trapezium oder Polygon §. LVI. in lauter Triangel, und berechnet einen jeden nach der 2ten oder 3ten Aufgab, und addirt selbige zusammen, so bekommt man den Inhalt des Polygoni; wäre das Polygonum regulär, dörffte man nur einen Triangel berechnen, und den Inhalt mit der Anzahl der Triangel multipliciren.

6. Aufgab.

LXXVI. Aus dem bekandten Diametro des Circkels die Circumferenz, und aus dieser den Inhalt der Circkel-Fläche zu berechnen.

Auflösung.

fig. 30. 1. Weilen nach Archimede der Diameter f g des Circuls sich zu seiner Circumferenz g h verhält, wie 7 zu 22, oder genauer, wie 100 zu 314; so inferiret man nach der Regul detri also: 7 geben 22, oder 100 : 314, was giebt der in Ruthen oder Schuhen bekandte Diameter? So bekommt man nach verrichteter Operation statt des Quoti die Circumferenz.

2. Multiplicirt man die num. 1. gefundene Circumferenz mit dem 4ten Theil des bekandten Diametri; so erhält man statt des Products die gesuchte Circkel-Fläche.

7. Aufgab.

LXXVII. Aus der bekandten Circumferenz des Circkels §. LXXVI. die Peripherie des Sectoris §. X. und aus der berechneten Circuls-Fläche die Aream sectoris zu finden, wann der Winckel des Sectoris in Graden und Minuten bekandt ist.

Auflösung.

1. Man inferiret, wie sich 360. Grad verhalten zu der bekandten Circumferenz §. LXXVI. num. 1., eben so verhalten sich auch die gegebene Gradus des Sectoris von eben dem Circkel zu der Circumferenz desselben.

2. Die Aream Sectoris zu finden, spricht man nach der Regul detri: 360 Grad geben die §. LXXVI. num. 2. gefundene Circkel-Fläche, was geben die bekandte Gradus des

Sectoris? Wann man nach der Regul detri recht verfähret; so bekommt man statt des Quoti die gesuchte Fläche oder den Inhalt des Sectoris.

35. Erklärung.

LXXVIII. Der Cubus ist ein Cörper, welcher in 6. gleiche Quadrata eingeschlossen ist. fig. 3. num. 1.

36. Erklärung.

LXXIX. Das Parallelepipedum ist ein Cörper, welcher in 6. Parallelogramma oder Rectangula §. LIV. eingeschlossen, deren 2. einander überstehende gleich seynd. fig. 3. num. 2.

37. Erklärung.

LXXX. Das durch die Diagonal Linie getheilte Parallelepipedum stellet 2. dreyeckige gleiche Stücker vor, welche man Prismata Triangularia heisset. fig. 3. nu. 2. 3.

38. Erklärung.

LXXXI. Die Pyramide ist der dritte Theil von seinen Prismate, so mit ihr gleiche Grund-Fläche und gleiche Höhe hat.

8. Aufgab.

LXXXII. Einen Cubum oder Parallelepipedum zu berechnen. fig. 3. num. 1. & num. 2.

Auflösung.

Man berechnet nach der 4ten Aufgab §. LXXIV. die Grund-Fläche, und multipliciret diese mit der Höhe des Cubi, oder Parallelepipedi.

9. Aufgab.

LXXXIII. Ein Prisma Triangulare zu berechnen.

Auflösung.

1. Man berechnet nach der 2ten oder 3ten Aufgab die Fläche des Triangels, und multipliciret diese mit der ganzen Höhe. fig. 3 num. 2.

2. Oder man berechnet nach der 4ten Aufgab die Fläche des Rectanguli, und multipliciret solche mit der halben Höhe. fig. 3. num. 3.

10. Aufgab.

LXXXIV. Ein Pyramide zu berechnen. fig. 3. num. 4.

Auflösung.

Man berechnet nach obigen Aufgaben die Grund-Fläche, sie mag ein Quadrangulum, Triangel, oder andere Figur seyn, und multipliciret diese durch den 3ten Theil der Höhe. Exempla von diesen Aufgaben werden unten zu Genügen vorkommen.

39. Erklärung.

fig. 5. LXXXV. Der Center Winckel b c a fig. 5. ist derjenige, welchen 2. radii b c, c a die von beeden End der äusseren Seite b a eines regulären Polygons §. LVI. in das Centrum (c) gezogen worden, bestimmen.

Zusatz.

LXXXVI. Und daher hat jedes reguläre Polygonum oder Vieleck so viel Center-Winckel a c b als es Seiten hat, z. E. in 6. Eck sechs.

11. Aufgab.

LXXXVII. Den Center-Winckel b c a zu finden.

Auflösung.

Man dividiret den Umkreyß des Circkels, das ist, 360. Grad §. VIII. durch den Namen des Polygoni; (z. E. mit 6. in Sechseck) so kommt der begehrte Center-Winckel b c a = 60. Grad vor das Polygon z. E. in Sechseck.

Beweiß.

Dann die Winckel um das Centrum c betragen nach §. XXI. 4. rechte Winckel oder 360. Grad, der Center-Winckel aber ist ein gewisser Theil davon, (als in unserem Exempel der sechste) mithin muß dieser durch Division der 360. Graden durch den Namen oder Nenner des Vielecks entspringen und gesucht werden. W. z. E.

40. Erklärung.

fig. 5. LXXXVIII. Der Polygon-Winckel a b a ist, welcher durch 2. äussere Seiten (a b, b a) bestimmet wird.

12. Lehr-Satz.

LXXXIX. Die Polygon-Winckel eines jeden Vielecks halten doppelt so viel rechte Winckel als Seiten seyn weniger 4, mithin in Sechseck 8. rechte oder 720. Grad.

Beweiß.

Beweiß.

Aus einem beliebigen Punct oder Centro c, wann das Polygon regulär ist, ziehet man an alle Eck a b Linien oder Radios c a, c b die solches in so viel Triangel theilen werden, als es Seiten hat, z. E. hier in sechs, deren jeder 180. Grad, oder 2. rechte Winckel ausmacht §. XXXIII, die Winckel um das Centrum c betragen nach §. XXI. 4. rechte Winckel; wann solchemnach von den Winckeln aller Triangeln, deren hier 6. seyn, und 12. rechte Winckel ausmachen, 4. rechte Winckel um das Centrum c abgezogen werden; so bleiben für die Polygons-Winckel 8. rechte Winckel, das ist 8mal 90 = 720 Grad übrig, nemlich doppelt so viel rechte Winckel als Seiten die Figur hat, weniger 4. W. z. E. fig. 5.

12. Aufgab.

XC. Den Polygons-Winckel (a b a) zu finden. fig. 9.

Auflösung.

Wann man von der doppelten Zahl der Seiten, welche das Polygon, z. E. das Sechseck hat, 4. rechte Winckel abziehet, nach Lehr vorigen §; so bleiben in 6. Eck vor die Summ der Polygon-Winckel 8. rechte, das ist 720. Grad übrig; dividiret man diese Anzahl durch den Namen des Polygons hier mit 6, so kommen statt des Quoti die Grad vor den gesuchten Polygons-Winckel a b a 120. Grad heraus. Der Beweiß gründet sich in vorigen Lehr-Satz.

Anmerckung.

XCI. Es kan auch der Polygon-Winckel durch Abziehung des Center-Winckels a c b von 180. Grad ausgefunden werden; derowegen wann man solchen z. E. in 6. Eck = 60. von 180. subtrahiret, so kommen 120. Grad heraus, wie in voriger Aufgab.

Zusatz.

XCII. Und dieses sey von der Theorie genug, daraus ein jeder, wann er diese wohl verstehet, die trigonometrische jetzt folgende Rechnung gleichfalls leicht fassen wird.

Zweyter Theil.

Trigonometrische Berechnung

Aller Winckel und Linien in der Vaubanischen ersten Bevestigungs-Manier zu genauer Berechnung des Cörperlichen Inhalts des Walls, Brustwehr, Grabens, und bedeckten Weegs.

CAPUT I.

Von der Berechnung aller Winckel und Linien in der Vaubanischen ersten Bevestigungs-Manier.

Zu einem Exempel wird dienen das Pentagonum oder Fünffeck.

1. Aufgab.

fig. 1. trig. 1. DEn Center-Winckel a l b (gallice l'angle du centre) zu finden.

Auflösung.

Man operiret nach Lehr §. LXXXV, so erlangt man vor das Pentagon den Center-Winckel a l b = 72. Grad.

2. Aufgab.

2. Den Polygon-Winckel a b i (gall. l'angle du polygone) zu finden.

Auflösung.

Man operiret nach Lehr §. XC. oder XCI, so kriegt man vor den Polygon-Winckel des Pentagons 108. Grad, dessen Helffte 54. ist, oder der halbe Polygons-Winckel a b l = b a l (gall. le demiangle du polygone.)

3. Auf-

3. Aufgab.

3. Aus der 1mo angenommenen äusseren Seite a b (gall. Coté ou polygone exterieur) von 90. Ruthen, 2do dem num. 1. erfundenen Center-Winckel a l b, und 3tio dem halben Polygons-Winckel l a b num. 2. den grossen Radium a l = b l (gall. le grand demidiametre) in dem Triangel a l b trigonometrice zu erfinden.

Resolutio.

Man inferiret : Ut sinus anguli centri
Ad sinum semisseos anguli polygoni,
Ita Latus externum
Ad Radium - - - - quæsitum.

Forma Calculi.

Center-Winckel 72. Grad. $\frac{1}{2}$ Polygon-Winckel 54.
äussere Seiten 90. Ruthen.

Sinus 95105 —— 80901 —— 9000''
9000''
———
728109000

```
          1
          5
    5 5 6(5
    8 8 1 6
  6 2 3 7 1
  9 3 4 0 4(7(5      ''
7 2 8 1 0 9 0 0(0)7656
  9 5 1 0 5 5 5 5
  9 5 1 0 0 0
    9 5 1 1
      9 5
```

Kommen also nach geschehener Operation der Regul detri vor den gesuchten grossen Radium a l = b l 76. Ruthen 5. Schuh und 6. Zoll nach Decimal-Maas.

Der

Der Beweiß dieser und folgenden Aufgaben, welche mit einem Sternlein bezeichnet worden, gründet sich auf den vorhergehenden 9ten Lehr-Satz §. LII.

Anmerckung.

4. Herr Vauban macht das Perpendicul c d, (gall. la perpendiculaire) in 5. Eck $\frac{1}{7}$ der äusseren Seite a b, diese aber beträgt nach num. 3. 90. Ruthen oder 9000″. Decimal-Zoll, als wird solches 1286″. seyn, die halbe äussere Seite a c = c b aber 4500″.

4. Aufgab.

* 5. Aus 1mo der halben äusseren Seite a c = c b = 4500″. num. 4. 2do dem Perpendicul c d = 1286″. num. 4. und 3tio dem rechten Winckel a c d = b c d den kleinen Winckel c a d = c b d (gall. l'angle minué) trigonometrice zu berechnen.

Resolutio.

Man inferiret:

Ut dimidium Latus seu polygonum externum
Ad perpendiculum
Ita Sinus Totus
Ad Tangentem anguli - - - quæsiti.

Forma Calculi.

$\frac{1}{2}$ äussere Seite a c 4500″ — Perpendicul c d: 1286″ = 90 Gr.

4500″ ———— 1286″ Sinus Totus 100000
100000
———
128600000

```
        3
    3 2 3 7 0
    4 6 6 5 5
  1 2 8 6 0 0 0 0 0 0 } 28578
    4 5 5 5 5 5 0 0
      4 4 4 4
```

Su-

Suchet man diesen Quotum 28578 in den Sinus-Tabellen unter den Tangenten auf, so trifft man solchen am nächsten von 15. Grad 56. Minuten darinnen an; ist man aber mit Minuten nicht zufrieden; so muß man die Secunden, die dem gefundenen Tangenten zukommen, per partem proportionalem also suchen: In den Tabellen ist

der Tangens von $15^{\circ}.\ 56'. = 28548.$

der Tangens von $15^{\circ}.\ 57'. = 28580.$

Ziehet man den Kleinen von den Grossen ab, so kommt - - 32. zur Differenz.
Ziehet man den Kleinen von dem erst gefundenen, nemlich 28578. ab,
so kommt - - 30. zur Differenz.

Spricht man jetzt: erste Differenz 32. geben 1. Minut oder 60. Sec. was 30. die zweyte Differenz? Antwort 55.

Hält also der Winckel c a d = c b d $15^{\circ}.\ 56'.\ 55''$ das ist 15. Grad, 56. Minuten, und 55. Secunden. (Vid. §. IX. geom.)

Notandum: Weil die Sinus und Tangentes grosse Zahlen seynd, welche das Multipliciren und Dividiren in der Trigonometrie sehr beschwerlich machen; so hat man gewisse Zahlen ersonnen, welche man an statt der ordentlichen Zahlen mit grossem Vortheil in der Rechnung brauchen kan; indeme sie das Multipliciren in das Addiren, und das Dividiren in Subtrahiren verwandlen; sie werden Logarithmi genennt, und seynd nicht allein für alle Sinus und Tangentes, sondern auch für die gemeine Zahlen von 1 bis 10000, zuweilen auch weiter, in den gewöhnlichen Tabulis Sinuum und Tangentium zu finden. (Vid. §. LXV. LXVI. LXVII. LXVIII. bis LXX. inclus.) Und dieser werden wir uns hinführo in unserer Rechnung bedienen.

I. Anmerckung.

6. Aus diesem gefundenen angle minué kan man den halben Bastions-Winckel o a g = h b k gall. le demiangle

flanqué leicht haben, wann nemlich dieser von dem halben Polygons-Winckel a b l = l b a num. 2. abgezogen wird.

			° ′ ″	
Z. E.	a b l	= 54	= 53. 59. 60.	§. IX.
	c a d	= c b d	= 15. 56. 55.	——

Halbe Bast. Winckel o a g = 38. 3. 5. nimmt man diesen doppelt, so hat man den Gantzen Bast. Winckel = 76°. 6′. 10″.

2. Annerckung.

7. Aus dem kleinen Winckel oder Angle minué c a d = c b d deme der Winckel g h e oder h g f nach §. XXV. gleich ist, wird die Summ der Winckel h e g + h g e = g h f + g f h gefunden, wann man (nach §. XXXIV.) von 180. Grad = 179°. 59′. 60″. den Winckel c a d abziehet, bleiben pro Summa der 2. Winckel h e g + h g e = 164. 3′. 5″. übrig, dessen Helffte 82°. 1′. 32½″ ist; und so groß ist der Winckel h g e oder h e g (§. XXXVIII.)

3. Annerckung.

8. Die Gesicht-Linie a g = b h gall. la face wird in allen Polygons von 25. Ruthen oder 2500″. Zoll angenommen.

5. Aufgab.

9. Aus 1mo dem (num. 5.) gefundenen angle minué c b d = c a d, 2do der bekandten Perpendicular c d (nu. 4.) in dem rechtwincklichen Triangel a c d = b c d die Linie b d trigonometricè zu erforschen.

Resolutio.

Man inferiret:
Ut sinus anguli diminuti
Ad sinum anguli 90. Grad vel sinum totum (§. XLVIII.)
Ita perpendicularis
Ad lineam b d - - - quæsitam.

Forma

Forma Calculi per Sinus.

Winckel c a d $15^{\circ}.\ 56'.\ 55''$. — c a d 90. Gr. c d $1286''$.
Sinus 27478 —— Sinus Totus 100000 —— c d 1286

```
                                   1286
                                 100000
                              ---------
                              128600000

          6   (2
        2 2 4 3
        6 4 0 9
      1 8 6 4 1(9
      2 9 7 8 6 6      ]
      4 0 0 2 8 2(6    |
    1 2 8 6 0 0 0 0(0  }4680
      2 7 4 7 8 8 8 8  |
        2 7 4 7 7 7    ]
          2 7 4 4
            2 7
```

Kommen also vor die gesuchte Linie b d heraus $4680''$. Zoll.

Forma Calculi per Logarithmos.

Ang. dimin. c a d $= 15^{\circ}56'55''$	Log. sin.	94389773 ——
Anguli a c d $=$ b c d 90.	Log. sin. tot.	100000000] +
Perpendicul. c d 1286.	Log. vulg.	31092410]
	Summa Logar.	131092410
	Subtracto primo rest.	36702637

deme in Canone Logarithmorum vulgarium $4680''$ vor die gesuchte Linie b d $=$ a d am nächsten kommen, wie zuvor.

Hier darff man nur vermög (§. LXIX.) die 2te Zahl mit der 3ten statt der Multiplication addiren, und die erste von der Summ abziehen, damit man sonst dividiret hat; so kriegt man das Quæsitum. Dabey zu mercken, daß man die Logarithmos Sinuum und Tangentium in den Sinus-Tabellen vor die Grad und Minuten nur antrifft, und so noch Secunda anhängig, man die Logarithmos per partem proportionalem suchen müsse.

Z. E. Es seye der Logarithmus Sinus von 15°. 56'. 55". aus denen Tabulis zu excerpiren, (wie in letzten Exempel.)

Man excerpiret aus den Tabulis sin. den Logarithmum von 15°. 56'. welcher ist 94385719
desgleichē auch den log.sin.von 15. 57. ——— 94390142

Ziehet alsdann den Kleinen von dem Grössern ab, daß der Unterscheid gefunden werde, welcher ist 4423
Und inferiret also: 1 Minut gibt die Differenz 4423, was geben 55?

Z. E. 1' = 60" ——— 4423 ——— 55"

```
        4423
          55
      ------
       22115
       22115
      ------
      243265
```

```
    (2
2 4 3 2 6 5 )4054
  6 6 6 6 0 )
```

so kommen 4054 heraus, welche man dem Logarithmo von 15° 56' = 94385719 noch zulegen muß;
nemlich 4054 +

94389773

so kommt der Logarithmus Sinus von 15°. 56'. 55". heraus, wie er in obigen Exempel stehet, nemlich 94389773. und so von anderen zu verstehen.

1. Anmerckung.

10. Damit man die Länge h d = g d erfähret, so subtrahiret man von b d = a d (num. 9.) die Länge der face num. 8 = 2500", so bekommt man h d = g d = 2180".

2. Anmerckung.

11. In dem Triangel g d h aus der Summ der 2. spitzigen Winckel h und g; welche aus num. 7. bekandt, und jeder dem angle minué c a d oder c b d gleich ist, den bestrichenen

strichenen Winckel g d h gall. l'angle de tenaille ou angle flanquant exterieur zu erforschen. Nimmt man den Winckel c a d = 15. 56. 55. num. 5. doppelt, so bekommt man 31°. 53'. 50''., diese Grad ziehet man von 180. Grad ab, §. XXXIV, so kriegt man den angle de tenaille g d h = 148°. 6'. 10''.

6. Aufgab.

12. In dem gleichschencklichen Triangel g h d §. XXXI. darinnen 1mo die Seite g d = h d nach nu. 10. 2do der spitzige Winckel g = h 3tio der stumpffe g d h nach num. 11. bekandt, die Seite g h trigonometrice auszufinden.

Auflösung.

Man inferiret: Ut sinus anguli g = c b d
Ad sinum compl. anguli g d h
Ita h d
Ad g h.

Forma Calculi.

Anguli g = 15°.56'.55''.	log. sin.	= 94389773	
Ang. g d h compl. 31°.53'.50''.	log. sin.	= 97229604	+
A d = 2180''	log. vulg.	= 33384565	

Summa Logar. 130614169
Primo subtracto = 36224396 deme in den Tabellen 4192'' am nächsten kommen vor die gesuchte Linie g h = e h oder g h = g f §. XXXI.

Anmerckung.

13. Daß man die Defens-Linie b e = a f gall. la ligne de defense findet, so addiret man zu der face num. 8. = 2500'' die Linie g h num. 12. = 4192'', so bekommt man vor dieselbe 6692''.

7. Aufgab.

14. In dem gleichschencklichen Triangel g h e, darinnen 1mo der Winckel h = 15. 56. 55. 2do der Winckel h g e = h e g = 82. 1'. 32''. nach num. 7. bekandt, die Streich-Linie g e = h f gall. le flanc zu erkundigen.

Auflösung.

Man inferiret: Ut sinus anguli h g e
Ad sinum anguli g h e
Ita latus e h = g h
Ad latus e g = f h - - -

Wann man, wie gezeigt worden mit den Logarithmis verfähret, so bekommt man vor die gesuchte Streich-Linie g e = f h 1163″.

Anmerckung.

15. Die Linie oder Seite d e zu überkommen, subtrahiret man von der Defens-Linie num. 13. die Linie b d num. 9., so bekommt man solche = 2012″.

8. Aufgab.

16. Aus 1mo dem Winckel h e f = g f e gall. angle flanquant interieur, welcher dem angle minué vermög §. XXXIII. num. 1. gleich, und nach nu. 5. = 15°. 56′. 55″. hat, 2do dem Winckel e d f, welcher dem Winckel g d h nach §. XXIII. gleich, und nach num. 11. = 148°. 6′. 10″. hat, 3tio der Seiten e d = d f nu. 15. = 2012″ die Walls-Linie e f gall. la courtine trigonometricè zu erkundigen.

Auflösung.

Man inferiret: Ut sinus anguli d e f
Ad sinum complementi anguli e d f
Ita latus e d
Ad latus e f - - - - -

Nach verrichteter Operation mit den Logarithmis erhält man zur Länge der Courtine e f = 3869″.

Oder:

17. Statt daß man (num. 15.) im Triangel e d f die Seite e d gesuchet, so nimmt man in dem Triangel e h f die Seite e h = g h num. 12. = 4192″, und addirt zu den Winckel g f e = 15°. 56′. 55″. den Winckel g f h num. 7. = 82°. 1′. 32″., so kriegt man den Winckel e f h = 97°. 58′. 27″. addirt man zu diesen nochmahlen den Winckel h e f = 15°. 56′. 55″., so bekommt man zur Summ die Winckel

h f e,

h f e, f e h = 113°.55'.22''., ziehet man diese von 180. Grad ab, bleibt vor den Winckel e h f übrig 66°. 4' 38''.

9. Aufgab.

18. Aus den (num. 17.) bekandten Winckeln e f h, e h f, und der Seiten e h num. 12. in Triangel e f h die Courtine zu erforschen.

Auflösung.

Man inferiret: Ut sinus complementi anguli e f h
Ad latus e h
Ita sinus anguli e h f
Ad latus e f - - - -

Nach geschehener Operation wird man wie vor num. 16. zur Länge der Courtine e f 3869'' überkommen, deren Helffte e q = q f 1934'' $\frac{1}{2}$ ist.

10. Aufgab.

19. Aus dem 1mo durch den halben Polygons-Winckel a b k bekandt werdenden Winckel b k e der des ersten complementum zu 180. Graden ist §. XIX. 2do dem bekandten Winckel b e k, und 3tio der Defens-Linie e b die Haupt-Linie b k gall. la ligne capitale durch die Trigonometrie zu bestimmen.

Auflösung.

Man inferiret: Ut sinus complementi anguli e k b
Ad sinum anguli b e k
Ita latus e b
Ad latus seu capitalem b k - - -

Wann man recht operiret, so wird man vor die Capital-Linie b k 2273'' heraus bringen.

Anmerckung.

20. Den kleinen Radium I o = l k gall. le petit demidiametre zu überkommen; so ziehet man von dem grossen Radio num. 3. = 7656'' die num. 19. gefundene Capitalem b k = 2273'' ab, so erlangt man für denselben 5383''.

11. Aufgab.

21. Aus dem (num. 20.) erstlich bekandt wordenen kleinen

kleinen radio l o = l k 2do dem halben Polygons-Winckel num. 1. = 54, und 3tio dem Center-Winckel num. 1. = 72. das innere Polygon oder die innere Seite o k gall. coté ou polygone interieur zu finden.

Auflösung.

Man inferiret: Ut sinus semisseos anguli polygoni
Ad sinum anguli centri,
Ita latus l k
Ad latus o k seu latus internum - - -

Nach geschehener Rechnung findet man vor die innere gesuchte Seite o k = 6329″.

1. Anmerckung.

22. Auf daß man die Grösse der halben Kehl-Linie f k = o e gall. la demigorge erfähret, subtrahiret man von der num. 21. gefundenen inneren Seite o k = 6329″. die num. 16. durch die Rechnung erfundene Courtine e f = 3869, so überkommt man zur Grösse o e + f k = 2460; deren Helffte f k = o e = 1230. die Kehl-Linie seyn wird.

2. Anmerckung.

23. Den Schulter-Winckel f h b gall. l'angle de l'espaule zu finden; ziehet man den Winckel der Strich-Linie und der Streich e h f gall. l'angle de la defense, & de la flanque num. 17. von 180. Grad ab, so bekommt man den begehrten Schulter-Winckel f h b = 113°. 55′. 21″. §. XIX. dessen Helffte ist 56°. 57′. 40″ $\frac{1}{2}$.

12. Aufgab.

24. Das grosse Perpendicul c l gall. la grande perpendiculaire in dem rechtwincklichen Triangel a c l aus dem num. 2. bekandten Polygon-Winckel a b l und dem grossen Radio a l num. 3. zu erkundigen.

Auflösung.

Man inferiret: Ut sinus totus
Ad sinum anguli a b l = b a l
Ita latus a l = b l
Ad perpendic. seu latus quæsitum c l.

Wann

Wann man mit den Logarithmis, wie oben erwehnet worden, verfähret; so bekommt man zum genauesten vor das grosse gesuchte Perpendicul c l = 6193″.

13. Aufgab.

25. Aus eben den datis (num. 24.) das kleine Perpendicul, gall. la petite perpendiculaire q l durch Rechnung zu finden.

Auflösung.

Man inferiret: Ut Sinus Totus
Ad sinum anguli a b l;
Ita o l = k l = 5383″ (num. 20.)
Ad perpendiculum minus q l - - -

Nach verrichteter Operation bekommt man zur Grösse des kleinen Perpendiculs q l = 4355″, und dahero befindet sich die Linie q c, als die Differenz zwischen den grossen und kleinen Perpendicul c l und q l 1838″.

Anmerckung.

26. Die Linie f m zu finden, addiret man zu den halben Polygon-Winckel f k m = 54. num. 2. den beyliegenden Winckel k f m, der dem Winckel d f q = 15°. 56′. 55″. nach §. XXII. gleich ist, so bekommt man 69°. 56′. 55″, ziehet man diesen von 180. Grad ab, so wird der Winckel f m k = 110°. 3′. 5″. bekandt.

14. Aufgab.

27. Aus 1mo dem Winckel f m k num. 26. = 110°. 3′. 5″. des Triangels k f m, 2do der bekandten Kehl-Linie = 1230″. num. 22. und 3tio dem Winckel f k m = 54. num. 2. die Linie f m trigonometrice zu bestimmen.

Auflösung.

Man inferiret: Ut sinus complementi anguli f m k
Ad lineam f k;
Ita sinus anguli f k m,
Ad latus f m - - - -

So bekommt man nach der Rechnung die Seite f m = 1059″.

15. Aufgab.

28. In dem stumpffwincklichen Dreyeck f m k aus den bekandten 2 Winckeln k f num. 26. und der Seite f k num. 22. die Seite m k zu finden.

Auflösung.

Man spricht: Ut sinus complementi anguli k m f
Ad latus f k;
Ita Sinus anguli f,
Ad latus k m.

Nach verrichteter Operation erhält man vor die gesuchte Seite k m 3598‴. Und wären also alle Winckel und Linien in der Vaubanischen ersten Bevestigungs-Manier vor das Fünffeck oder Pentagon hiemit trigonometrice berechnet.

Zusatz.

29. Und nach dieser Manier, welche von num. 1. bis num. 28. vorgetragen worden, kan man vor die übrige Vieleck alle Winckel und Linien, dem Vaubanischen Fortifications-Dessein gemäß, trigonometrice bestimmen.

CAPUT II.

Von der Berechnung des Cörperlichen Inhalt des Walls und der Brustwehr.

Weilen hierzu 1mo der flache Inhalt oder Profil des Walls, 2do der Brustwehr, 3tio die äussere und innere Länge des Walls, und 4to die äussere und innere Länge der Brustwehr nöthig ist; Als solle in folgenden Aufgaben gewiesen werden, wie erwehnte Stück zu finden.

16. Aufgab.

29. Den flachen Inhalt oder das Profil des Walls (a b c d e q t s o m n w p a) zu berechnen.

Auf-

Auflösung.

Man addiret

zu $dn = 58$ Schuh, und componirt ist aus $\begin{cases} de = 30 \text{ Schuh} \\ eq = 1\frac{1}{2} \\ qt = 3 \\ ts = 1 \\ so = 18 \\ om = 2 \\ \text{und } mn = 2\frac{1}{2} \end{cases}$ fig. 3.

$bcw = 63$

und $ap = 66$

kommt 187 pro Summa

dessen dritte Theil ist $62\frac{1}{3}$.

$dn = 58$

Multiplicirt man diesen dritten Theil $62\frac{1}{3}$ mit der Höhe des Walls 18, so bekommt man zum Product 1122. Quadrat-Schuh vor das Profil des Walls. Die Operation fundirt sich in §. LXXV.

17. Aufgab.

30. Den Superficial-Inhalt des Profils der Brustwehr (e f g h i k l m) zu berechnen.

Auflösung.

Man resolviret die Brustwehr in Triangel und Quadrangula, wie aus der Figur zu sehen, und berechnet die Triangel nach Lehr §. LXXI, die Rectangula aber nach Lehr §. LXXIV. also:

1. Im Triangel i k r hält die Perpendicular k r 5. Schuh, die Basis i r, 1. Schuh, ineinander multiplicirt giebt 5, die Helffte $2\frac{1}{2}$ ist der Inhalt des Triangels.

2. Im Triangel k r l hält r l die Basis 18. Schuh, die perpendicular k r, $4\frac{1}{2}$, ineinander multiplicirt thut 81, dessen Helffte $40\frac{1}{2}$ Schuh, ist der Inhalt des Triangels.

3. Im Triangel l o m darinnen o l die perpendicular $3\frac{1}{2}$ Schuh, o m die Basis 2 Schuh, ineinander multiplicirt, kommen 7, die Helffte ist der Inhalt des Triangels $3\frac{1}{2}$ Schuh.

4. Im Rectangulo (e f g q) hält die perpendic. e f, $1\frac{1}{2}$ Schuh, desgleichen f g, $1\frac{1}{2}$, ineinander multiplicirt, kommen $2\frac{1}{4}$ vor desselben Inhalt.

5. Im Quadrangulo h r q s, hält h r, 4 Schuh, h q 3 Schuh, ineinander multiplicirt, geben 12. Schuh desselben Inhalt.

6. Im Rectangulo (r l s o) hält r s, $3\frac{1}{2}$, s o, 18. Schuh ineinander multiplicirt kommt 63. Schuh vor den Inhalt.

Man addiret zu den	△ i k r	=	$2\frac{1}{2}$ Schuh.
1 den	△ k r l	=	$40\frac{1}{2}$
2 den	△ l o m	=	$3\frac{1}{2}$
4 das	□ e f g q	=	$2\frac{1}{4}$
5 das	□ h r q s	=	12
6 das	□ r l s o	=	63
Suma oder Inhalt der Brustwehr	e f g h i k l m	=	$123\frac{3}{4}$ Quadrat-Schuh.

18. Aufgab.

31. Die äussere Länge des Walls a g e q = q f h b zu bestimmen.

Auflösung.

Man addiret

zu der halben Courtine	q f = q e = 19345‴	(nu. 18.)
die Flanque	e g = f h = 11630	(nu. 14.)
die Face	a g = h b = 25000	(nu. 8.)
Summa a g e q = q f h b	55975	

32. Die innere Länge des Walls A z ſ t zu berechnen, ziehet man zur Vorbereitung die kleine Perpendicular-Linien f y, f p, r ſ, x ſ, und t u, welche mit den Linien h ſ, f z die kleine Triangel f y z = f p z, r ſ h = x ſ h und b u t formiren werden, darinnen man die Seiten y z = z p, r h = h x, und u b suchen muß.

19. Aufgab.

33. In dem rechtwincklichen Triangel f y z = f p z, darinnen f y = f p, nemlich die Anlage des Walls von 66. Schuh, der Winckel f z y, als die Helffte des Winckels e f h (num. 17.) folglich dessen Complement der Winckel f = 41°. 0′. 46″, die Seite y z = z p zu finden.

Auflösung.

Man inferiret:

Ut Sinus Totus	Log.	100000000
Ad Tang. 40°. 0′. 46″.	Log.	38195439] +
Ita f y = 6600‴	Log.	99393586]
Ad y z = z p = 5740″ Rad. subtr. 1)		37589025

Hat derowegen y z 5740‴ welche der halben Courtine A y = 19345‴ zu addiren, kommen 25085‴ vor die Linie a z.

20. Aufgab.

34. In dem rechtwincklichen Triangel h r ſ = h x ſ darinnen r h ſ = x h ſ oder halbe Schulter-Winckel (num. 23.) = 56°. 57′. 40″, folglich dessen Complement 32°. 2′. 19″. samt der Seite r ſ = x ſ bekandt, die Seite r h = x h zu finden.

Auflösung.

Man inferiret:

Ut Sinus Totus	Log.	100000000
Ad Latus r ſ = 6600‴.		38195439
Ita 33°. 2′. 19″.		98131533
Ad r h = h x = 4292‴ Rad.ſub.		1)36326972

Zuſatz.

35. Man ſubtrahiret jetzt von der flanque f h num. 14. = 11630‴ r h = 4292‴. bleibt r f übrig, nemlich 7338‴; addiret man zu r f = ſ p die Länge z p = z y = 5740‴ num. 33. kommt heraus ſ z = 13078‴.

21. Aufgab.

36. In dem rechtwincklichen Triangel t u b, worinn der Winckel t b u oder halbe Baſtions-Winckel num. 6, folglich deſſen Complement oder Winckel b t u = 51°. 56′. 55″. nebſt der Seite u t = 66. Schuh bekandt, die Seite u b trigonometrice zu finden.

Auflöſung.

Man inferiret:

Ut Sinus Totus	Log.	100000000
Ad anguli b t u 51°. 56′. 55″. Tang.	Log.	101063874 } +
Ita Latus t u = 66. Schuh = 6600‴.	Log.	38195439 }
Ad Latus u b = 8432‴	Subtr. primo	1)39259313

Zuſatz.

37. Man addiret h x = 4292‴ (num. 34.) zu u b = 8432‴ num. 36. kommt die Summ 12724‴. und ziehet dieſe von der face a b = 25000‴. num. 8. ab; ſo erlangt man an ſtatt des Reſts die Linie ſ t = 12276‴.

Man addiret jetzt zu A z	=	25085‴	(nu.33.)
z ſ	=	13078	(nu.35.)
ſ t	=	12276	(nu.37.)
kommt die innere Walls-Länge A z ſ t	=	50439	

22. Aufgab.

38. Aus der äuſſeren Länge des Walls a g e q = q f h b num. 31.

num. 31. und der inneren A z ſ t num. 37. und dem bekandten Inhalt des Profils vom Wall num. 29. den Cörperlichen Inhalt des Walls zu berechnen.

Auflösung.

1. Addiret man zu der äusseren Länge des Walls die innere, und suchet der Summ Helffte.

2. Diese halbe Summ multipliciret man mit dem gefundenen Profil des Walls, so kommt der Cörperliche Inhalt desselben heraus.

Z. E. q f h b = num. 31. = 55975″] +
A z ſ t = num. 37. = 50439]

Summa q f h b + A z ſ t = 106414

$\frac{1}{2}$ Summa q f h b + A z ſ t = 53207

Profil des Walls (a b c d e q t s o m n w p a) = 11220000‴

106414
106414
53207
53207

Cörperliche Inhalt des Walls 596982540000‴

23. Aufgab.

39. Die äussere Länge der Brustwehr d z ſ t, welche von der äusseren Walls-Linie $5\frac{1}{2}$ Schuh = 550‴ entfernet, zu finden.

Auflösung.

1. Formiret man wie oben num. 31. an den Winckeln f h c, die den vorigen gleichförmige Triangel, und suchet darinnen die denen vorigen ähnliche Seiten auf eben die Manier, wie à num. 33. bis 38. excluſ. gezeiget worden, ausser daß man nur die Linie f y = x ſ = u t, welche oben 66. Schuh ware, $5\frac{1}{2}$ Schuh oder 550‴ annimmt, weilen

bey

bey Vauban die äussere Linie der Brustwehr in solcher Weite von der äusseren Walls-Linie absteht, und aus dem Profil abzunehmen.

2. Inferiret man nach num. 33, so erhält man vor die Länge y z = z p 478''', dazu man wie oben die halbe Courtine q f num. 18. = 19345''' addiret, kommen vor die Linie d z heraus = 19823'''.

3. Inferiret man nach num. 34, so findet man r h = x h = 358''', welche man von der flanque f h = 11630'''. num. 14. subtrahiret, bleibt r f = 11272''', dazu man z p = 478''' num. 40. addiret, kommt z f = 11750'''.

4. Inferiret man nach num. 36, so findet man u b = 702''', addiret man dazu nach num. 37. h x = 358''' num. 41, kommen 1060''', ziehet man diese Summ von der face h b = 25000''' num. 8. ab, bleiben vor die Seite f t übrig 23940'''.

5. Addiret man zusammen	D z nu. 39. Reg. 2	=	19823'''
	z f nu. 39. Reg. 3	=	11740
	f t nu. 39. Reg. 4	=	23940
kommt die äussere Länge der Brustwehr	d z f t	=	55513

24. Aufgab.

40. Die innere Länge der Brustwehr c z f t, welche von der äusseren $25\frac{1}{2}$ Schuh entfernet ist, auszufinden.

Auflösung.

1. Nachdem man ebenfalls hier die gleichförmige Triangel wie num. 32. und 39. formiret, welche allzeit mit einerley Buchstaben, um Confusion zu vermeiden, angedeutet worden; so suchet man

2. Nach Inferirung num. 33. die Länge y z = z p, welche ist = 2218''', dazu man D z num. 39. Regul. 2 = 19823''' addiret, kommt c z = 22041'''.

3. Suchet

3. Suchet man nach Illation num. 34. die Linie r h = h x = 1658''', welche man von s z nu. 39. Reg. 3. = 11750''' subtrahiret, bleiben 10092''', addirt dazu z p = y z num. 40. Reg. 2. = 2218, kommt z s = 12310'''.

4. Endlich nach Illation num. 36. addirt man zu der dort gefundenen Linie u b die Seite h x = r h nach num. 40. Reg. 3. = 1658, kommen heraus 4916, welche man von s t num. 39. Reg. 4. = 23940 abziehet, kommen vor die Linie S T heraus 19024.

5. Addiret man zusammen c z nu. 40. Reg. 2 = 22041''' fig. 2. num. 1.
z s nu. 40. Reg. 3 = 12310
S T nu. 40. Reg. 4 = 19024

kommt pro Summa die innere Länge der Brustwehr 53376'''

25. Aufgab.

41. Aus der num. 39. durch Rechnung ausgefundene äussere Länge der Brustwehr, und derselben inneren Länge num. 40, und dem bekandten Brustwehrs-Profil num. 30. den Cörperlichen Inhalt der Brustwehr zu bestimmen. fig. 2. nu. 1. & 2.

Auflösung.

1. Addiret man zu der äusseren Länge der Brustwehr die innere Länge derselben, und halbiret die Summ.

2. Die halbe Summ vermehret man mit dem Profil oder dem Durchschnitt der Brustwehr; so überkommt man den begehrten Cörperlichen Inhalt derselben.

Z. E. Aeussere Länge der Brustwehr	=	55513''' +
Innere Länge der Brustwehr	=	53375
Sumã der äusseren u. inneren Länge der Brustwehr		108888'''
Halbe Summ	= = =	54444'''
Profil oder Durchschnitt der Brustwehr oben		1237500
		272220
		381108
		163332
		108888
		54444
Cörperliche Inhalt der Brustwehr	=	67374450000 (° ' '' ''')

CAPUT III.

Von der Berechnung des Cörperlichen Inhalt des Grabens.

Hier gehet es etwas weitläuffiger zu; indeme nebst denen an den Ecken mit vorigen gleichförmigen formirten Triangeln andere Triangel, Trapezia, Sectores, Rectangula Prismata und Pyramides zuvor zu berechnen seynd, um daraus den Cörperlichen Inhalt des Grabens herzuleiten.

26. Aufgab.

fig. 5. 42. Die Länge a b d f zu finden.

Auflösung.

1. Weilen aus Herrn Vauban die innere Dossirung des Grabens von 3. Schuh bekandt; so ziehet man von der halben Courtine num. 18. oder o x = 19345‴

b h ab = 3

kommt a b = 19045‴

2. Ziehet man ferner von der flanque

num. 14. = x z = 11630‴

x h ab = 3

bleibt b c = 11330‴

zu welcher c d muß addirt werden, welche man also suchet:

Ut Sinus Totus Log. 100000000

Ad an. e d 2 = x h s compl. = 33°2′19″ T. Log. 98131533] +

Ita 3′ = 300‴ Log. 24771213]

Ad c d = 195‴ = 1)22902746

Man addirt also b c = 11330

kommt b d = 11525‴

3. Und weilen d e der Länge c d gleich = 195‴

so addiret man dazu die face num. 8. = 25000

kommt d f = 25195

27. Auf-

27. Aufgab.

43. In dem stumpfswincklichen Dreyeck a b i, darinnen 1mo die Seite a b Regula 2. num. 42, 2do der Winckel i a b = h e f num. 17, 3tio der Winckel a b i = e f h num. 17; folglich a i b (§. XXXIV.) bekandt seynd, die Seite b i zu finden.

Auflösung.

Man inferiret:

Ut sinus anguli a i b = 66°. 4'. 37".	Log.	99609893
Ad a b num. 42 = 19045'''	Log.	32796669
Ita sinus anguli i a b = 15°. 56'. 55".	Log.	94389773 +
		127186442
Ad i b = 5720'''	Subtr. primo	27576549

Ziehet man jetzt von b d = 11525''' num. 42. Reg. 2.
ab i b = 5720
bleibt i d = 5805'''

28. Aufgab.

44. In dem stumpfswincklichen Triangel d i k, darinnen der Winckel d k i = 15°. 56'. 55", der Winckel d i k oder dessen Complement = 82°. 1'. 33", nebst der Seite i d num. 43. gegeben, die Seite d k durch die Rechnung bekandt zu machen.

Auflösung.

Man inferiret:

Ut sinus anguli d k i num. 44.
Ad i d num. 43 = 5805'''
Ita sinus anguli d i k complementum = 82°. 1'. 33"
Ad d k - - - - -

Wann man mit den Logarithmis recht verfähret; so bekommt man vor die Linie d k = 20920'''.
dazu addirt man e d = c d = nu. 42. reg. 2. 195
kommt e k = 21115'''

29. Aufgab.

45. In dem stumpfswincklichen Triangel d i k die Seite i k aus eben den Datis, wie in voriger Aufgab, und

dem Winckel k d i = 66°. 4′. 37″. trigonometrice zu berechnen.

Auflösung.

Man inferiret: Ut sinus anguli d i k = 15°. 56′. 55″.
Ad i d num. 43 = 5805‴
Ita anguli k d i = 66°. 4′. 37″.
Ad i k.

Nach verrichteter Operation wird man vor die Länge i k finden 1931‴. Zoll.

30. Aufgab.

46. In dem rechtwincklichen Triangel i k a, darinnen die Seite i k nu. 45. nebst dem Winckel a i k = 15°. 56′. 55″. bekandt, die Seite a k zu erforschen.

Auflösung.

Man inferiret: Ut Sinus Totus
Ad i k num. 45 = 19310‴
Ita Tangens 15°. 56′. 55′
Ad a k - - - -

Nach geschehener Rechnung kommen heraus 5520‴

31. Aufgab.

47. In dem rechtwincklichen Triangel y w k, darinnen der spitzige Winckel y wie vor = 15°. 56′. 55″, und die Seite ſ w, nemlich die untere Breite des Grabens = 108 Schuh gegeben, die Seite w k zu finden.

Auflösung.

Man inferiret: Ut Sinus Totus
Ad anguli 15°. 56′. 55″ Tang.
Ita latus w y = 1080‴
Ad w k.

Nach der Operation bringt man vor die Linie w k 309″. heraus.

32. Aufgab.

48. In dem rechtwincklichen Triangel m ſ y, darinnen der spitzige Winckel m wie vor, und die Seite m ſ = 3′ = 300″ gegeben, die Seite ſ y zu bestimmen.

Auf-

Auflösung.

Man inferiret : Ut Sinus Totus
Ad Tang. anguli m = $15^{\circ}.56'.55''$
Ita m ſ = $300'''$
Ad ſ y - - - -

Wann man recht verfähret, kommen vor ſ y $85'''$.

33. Aufgab.

49. In dem kleinen rechtwincklichen Triangel 8 f g, darinnen der Winckel 8 num. 36 = b t u als das complement zu 90. von halben Bastion-Winckel num. 5, und die Seite f 8 = 3 Schuh oder $300'''$ bekandt, die Seite f g zu finden.

Auflösung.

Man inferiret : Ut Sinus Totus
Ad Tang. anguli 8 = $51^{\circ}.56'.55''$
Ita Latus f 8 = $300'''$
Ad Latus f g.

Nach der Rechnung findet man die Seite f g = $383'''$.

34. Aufgab.

50. Den Bogen p q und r t, des Sectoris p q 8, allwo der Radius oder die obere Breite des Grabens, nebst dem Winckel p 8 q bekandt, zu berechnen, wie auch aus der gantzen Circkel-Fläche die Aream Sectoris r t 8 zu finden.

Auflösung.

1. Weilen 8 q, nemlich die obere Breite des Grabens, nach Vauban 114. Schuh ist, mithin der Diameter Sectoris p 8 q der doppelten Breite = 228. gleichet, so suchet man daraus nach §. LXXVI. die Circumferenz des Circkels, und daraus nach §. LXXVII. die Circumferenz des Sectoris p q.

2. Aus der Circumferenz des gantzen Circkels deduciret die Aream des Circkels, und des Sectoris.

Z. E. 7 —— 22 —— 228

	228
	22
	456
	456
	5016

 Kom-

Kommen vor die Circumferenz des gantzen Circkels des grossen Sectoris p 8 q $\frac{5016}{7}$.

360 Grad —— $\frac{5016}{7}$ —— $\frac{52}{1}$ Grad der Winckel des Sectoris.
1

10032
25080
———
260832

$\frac{1}{360}$ $\frac{260832}{7}$ =

(1
2(2
1 8 3(7
2 6 0 8 3(2 } 103′
2 5 2 2 2 0
2 5 5
2

Kommen vor den Bogen p q 1035″. Zoll.

Der Diameter des Circkels von Bogen p q ist 228 Schuh.
davon ziehet ab t q zweymal, das ist 6 Schuh.

Bleibt der Diameter des Circkels von Bogen r t = 222

7 —— 22 —— 222
22
———
444
444
———

360° geben Circumf. ○ $\frac{4884}{7}$ —— $\frac{52°}{1}$ = 9768
24420
———
$\frac{253968}{7}$

$\frac{1}{360}$ $\frac{253968}{7}$ =

1
2 5 3 9 6 8 } 100
2 5 2 2 2 0
2 5 5
2

Kommen vor den Bogen r t am nächsten 1008″. Zoll.
Circumferenz des gantzen Circkels von Bogen r t ist $\frac{4884}{7}$

Der

Der Diameter ist 222 Schuh, mithin dessen 4ter Theil $\frac{222}{4}$

```
4884      222                                2     0     4
———   —   ———  =  9768                   2 8 6 2 2
 7         4      9768                   4 4 0 6 8(4]     ° ,
                  9768                 1 0 8 4 2 4 8 }387 23
               ——————————                2 8 8 8 8 8]       ,
                 1084248                   2 2 2 2
                   ——
                   28
```

Kommt also die Area des gantzen Circkels von Bogen r t $= 387,^{\circ} 23'$. daraus die Area Sectoris r t 8 gefunden wird.

```
  °          ° ,         ,
 360 —— 38723 —— 52     des Sectoris r t 8
           52
        ——————
         77446                         1
        193615                     2 3 1 2
       ————————                    5 6 6 1 1 ]     ° ,
        2013596                  2 0 1 3 5 9|6 }5593
                                   3 6 6 6 6|0]     ,
                                     3 3 3
```

Ist also die begehrte und gesuchte Area Sectoris r t 8 $5593'$, von dieser Area muß man das kleine Triangulum g f 8 abziehen, welches durch folgende Aufgab soll gesucht werden.

35. Aufgab.

51. Den Superficial-Inhalt des Triangels g f 8 zu berechnen.

Auflösung.

Man berechnet nach Lehr §. LXXI. aus der bekandten Basi oder Seiten g f num. 49 $= 383'''$ und der Seite f 8 $= 3'$ Schuh, indem man sie miteinander vermehret, kommt zum Product $1149''$. dessen Helffte $= 57450'''$. ist der Inhalt des Triangels g f 8. Bleibt also nach Abzug dieses Triangels von der Area Sectoris übrig bey nahem $558725''$. nemlich g f t r.

36. Aufgab.

52. Die Aream p r t q durch die Rechnung zu erfahren.

Auf-

Auflösung.

1. Siehet man diese Figur als ein Trapezium an, und berechnet solches nach Lehr §. LXXV. Man addiret nemlich beede Bögen p q, t r in eine Summ zusammen, und halbiret die Summ.

Z. E. num. 50. war der Bogen p q	=	$1035''$
der Bogen r t	=	1008
kommt p q r t	=	2043
die Helffte davon	=	$10215'''$
2. Diese Helffte multipliciret man mit t q	=	300
		$^{\circ}\ {}^{\prime}\ {}^{\prime\prime}\ {}^{\prime\prime\prime}$
kommt p r t q der Inhalt	=	3064500 (unter den Ziffern: ′ ′ ′)

37. Aufgab.

53. Die Länge f w = t y zu bestimmen, und damit samt der Linie f t = y w den flachen Inhalt f t y w auszurechnen.

Auflösung.

Man addiret zu f d num. 42. Regulæ 3tiæ	=	$25195'''$
die Seite d k num. 44.	=	20920
kommt f k	=	46115
ziehet man davon ab w k num. 47.	=	309
kommt f w = t y	=	$49205'''$
diese Zahl multiplicirt man mit der untern Breite des Grabens f t = y w	=	10800 (darüber: ′ ′ ′ ′′′)
		393640
		492050
		′ ′′ ′′′
Kommt der Inhalt t f w y		531,414000

38. Aufgab.

54. Die beede Triangel m s y, y w k zu berechnen.

Auf-

Auflösung.

1. Multipliciret man s y = 85‴. mit m s = 3′, kommt zum Product 255″, dessen Helffte = 12750‴. ist der Inhalt des Triangels m s y.

2. Vermehret man w y = 108′ mit w k nu. 47. = 309″ kommt 333720″, dessen Helffte 166860″. ist der Inhalt des Triangels y w k.

39. Aufgab.

55. Den Inhalt des Triangels d i k durch Rechnung zu erfahren, darinnen alle Seiten bekandt.

Auflösung.

Man verfähret nach §. LXXIII, das ist addiret alle Seiten des Triangels in eine Summ.

Seite d k num. 44.	=	20920‴
i d num. 43.	=	5805
i k num. 45.	=	19310
Summa aller Seiten		46038
Halbe Summ	=	23018

Von der halben Summ ziehet man ab alle Seiten, nemlich

$\frac{1}{2}$ Summ	$\frac{1}{2}$ Summ	$\frac{1}{2}$ Summ
23018‴	23018‴	23018‴
dk = 20920	id = 5805	ik = 19310
Differ. 1. 2098	2da = 17213	3tia = 3708

Differentia 2da	172
3tia	37
	1204
	516
Productum 1.	6364
Different. 1ma	21
	6364
	12728
Productum 2.	133644 $\frac{1}{2}$
	230 Summ
	4009320
	267288
	30738120

```
          (1
  . . 4(2 2(8
  9|4 8|6 5|0(4}  0    9
3 0|7 3|8 1|2 0}55.44.
2 5|0 5|0 4|8 4}
  1 1 1 1 0
      1
```

 Kommt

Kommt zum Inhalt des Triangels d i k 55. Ruthen 44. Schuh.

40. Aufgab.

56. Den flachen Inhalt des Trapezii a b i k zu bestimmen.

Auflösung.

1. Addiret man zu a b num. 42. = 19045'''
die Seite i k num. 45. = 19310

Kommt die Summa a b i k = 38355

2. Dessen Helffte = = = 19177''' multipliciret mit der Seite a k num. 46. = 5520

zum Exempel 19177'''
5520
383540
95885
95885

o ' '' '''
Inhalt a b i k = = = 105857040.
' ' '

41. Aufgab.

57. Die kleine Triangula bey b und d durch Rechnung auszufinden.

Auflösung.

1. Im Triangel x b z = x b h hält die Seite b z = b h 3 Schuh, wie auch die Seite x z = x h 3 Schuh, ineinander multiplicirt gibt 9 Schuh, den Inhalt von beeden x b z und x b h

2. In Triangel c 2 d = e 2 d hält 2 c = 2 e, 3 Schuh, c d = e d nach num. 42. Regul. 2. 195' ineinander multiplicirt giebt 585'' den Inhalt von beeden Triangeln c 2 d = e 2 d.

42. Aufgab.

58. Die schmale Rectangula a b o z, b c h 2 &c. zu berechnen.

Auflösung.

Damit man kurtz davon kommet, so addiret man

zu a b nu. 42. Reg. 1.	=	19045''
b c nu. 42. Reg. 2.	=	11330
e f = nu. 8.	=	25000
t y = f w nu. 53.	=	49205
Kommt die Summa = =	=	104580''
welche man mit 3. multipliciret		3 kommt der
Inhalt der schmalen Rectangul.		3 37 40 (' ' '')
Addirt man dazu p r t q nu. 52. Reg. 2.		30645
Wird die Summ = =		344385''

43. Aufgab.

59. Den Cörperlichen Inhalt der schmalen Rectangulorum num. 58, deren Summ die Grund-Fläche eines dreyeckigen Prismatis §. LXXIX. fürstellet, durch Rechnung zu erfahren.

Auflösung.

Man multipliciret die num. 58. gefundene Basin oder Summ vermög §. LXXXIII. Reg. 2. mit der halben Höhe, das ist, mit der halben Tieffe des Grabens 9 Schuh.

Z. E. Grund-Fläche num. 58.	=	3 4 4 3 8 5 (° ' ' '')
		90 ('')
Cörperliche Inhalt des Prismatis		30 9 9 4 6 5 0 (° ' ' '')

44. Aufgab.

60. Den Cörperlichen Inhalt deren Pyramiden zu erkundigen.

Auflösung.

Weilen der flache Inhalt der Triangeln f, d, und b, aus num. 51. und 57. schon bekandt, als addiret man zu

den Triangel f 8 g	= =	575″
die 2 Triangel x b z = x b h num. 57.	=	9
die 2 Triangel c 2 d = e 2 d nu. 57.	=	585
kommt die Summ	= =	2060 (′ ″)
multipliciret man diese mit 6 Schuh	=	60″

oder $\frac{1}{3}$ der Tiefe des Grabens nach §. LXXXIV.

kommt der Cörperliche Inhalt 123600 (′ ″)

45. Aufgab.

61. Den Cörperlichen Inhalt der übrigen Figuren durch die Rechnung zu erfinden.

Auflösung.

1. Addiret man zusammen alle Figuren, nemlich die

Fläche	g f t r num. 51.	=	558725 (° ′ ″)
	t f w y num. 53.	=	5314140
	m f z num. 54.	=	128
	y w k num. 54. Regula 2.	=	166860
	d i k num. 55.	=	554400
	a b i k num. 56.	=	1058570
kommt der Fläche Inhalt aller Figuren			7652823
vermehret man diesen Inhalt		=	7652823″
mit der Tiefe des Grabens 18 Schuh			180″
			612225840
			7652823
kommt die Solidität		=	1377508140 (° ′ ″)

46. Aufgab.

Den Cörperlichen Inhalt des Grabens vorzustellen.

Auf-

Auflösung.

62. Man addiret zu der in vorigen num. erfundenen

Solidität, welche war	=	1377°508′140″	+
1. Den Cörperl. Inhalt des Prism. nu. 59.		30994650	
2. Den Cörperl. Inhalt der Pyramid, nu. 60.		123600	
kommt der Cörperl. Inhalt des Grabens		1408°626′390″	

CAPUT IV.

Von Berechnung des Cörperlichen Inhalts des bedeckten Weegs, Esplanade, und Profil des Grabens.

63. Weilen hierzu das Profil von bedeckten Weeg und der Glacis erfordert wird, als muß man solches nach eben der Manier, wie oben schon zu Genüg num. 30. gewiesen worden, ausrechnen; habe es nach Vaubans Verzeichnung und Maaß ausgerechnet, und zu seyn befunden 437. Quadrat-Schuh.

47. Aufgab.

64. Die äussere und innere Länge der Brustwehr des bedeckten Weegs zu berechnen, und daraus den Cörperlichen Inhalt zu finden.

Auflösung.

1. Verfähret man allerdings, wie oben num. 39. und 40. bey Ausfindung der äusseren und inneren Linie der Brustwehr gezeiget worden; und berechnet sodann nach num. 41. mittelst des Profils num. 63. den Cörperlichen Inhalt des bedeckten Weegs und Esplanade; so wird man finden 212°, 200′, 625″. das ist 212. Cubic-Ruthen, 200. Schuh, 625. Cubic-Zoll.

 2. Addi-

2. Addiret man den Cörperlichen Inhalt des Walls num. 38, wie auch der Brustwehr num. 41. zu den Cörperlichen Inhalt des bedeckten Weegs Regul. 1, und hält die Summ gegen den Cörperlichen Inhalt des Grabens, oder ziehet die Summ von dem Cörperlichen Inhalt des Grabens ab, so findet man hier, daß die Capacität des Grabens um ein merckliches grösser, als die Summ des Cörperlichen Inhalt des Walls, der Brustwehr, und bedeckten Weegs zusammen ist, folglich muß man Herrn Vaubans angegebene Grabens-Tieffe à 18. Schuh, corrigiren und geringer nehmen, wannn anders nicht die Vestung auf einem nassen oder morastigen Horizont, wo nicht so viel Erden wäre, solte angeleget werden; da ansonsten, wie aus der Rechnung erhellet, nicht so viel Erden aus dem Graben zu Etablirung des Walls der Brustwehr und Esplanade erfordert wird, als durch Rechnung heraus kommt, will geschweigen, wann die Wälle mit Mauern verkleidet werden; will daher noch zum Beschluß weisen, wie das Profil von Graben bey supponirter obern und untern Breite des Grabens, und bekandter Dossirung desselben, zu berechnen seye, um daraus die rechte Tieffe des Grabens herzuleiten, welche sich in der Praxi am genauesten ausführen lässet.

48. Aufgab.

65. Das Profil des Grabens zu berechnen.

Weil an der Anordnung und Zubereitung des Grabens, wie aus num. 64. Regul. 2. erhellet viel gelegen;
fig. 4. als soll hier gezeigt werden, wie das Profil zu berechnen, und die Tieffe des Grabens zu finden seye, welche sich für den Cörperlichen Inhalt des Walls, der Brustwehr, und bedeckten Weegs schicket.

Auflösung.

1. Indeme die Proportion der Dossirung zu der Proportion der Tieffe des Grabens bey Vauban ist wie 1 zu 6; so inferiret man vor die Linie f c zu überkommen: 1 geben 6, was a f die Helffte der obern Breite des Grabens = 57 Schuh? Antwort 342 = f c, und berechnet man,

daraus die Aream des doppelten Triangels f a c, indeme man 342 mit 57 multiplicirt, kommen 19494 Quadrat-Schuh.

2. Von diesem Producto ziehet man den Superficial-Inhalt oder Profil des Walls num. 29 = 1122 Schuh, der Brustwehr num. 30 = $123\frac{3}{4}$, und bedeckten Weegs num. 63 = 437, das ist die Summ = 1683 ab, bleibt der Rest = 17811.

3. Mit dem Rest fähret man also fort und spricht: der doppelte Inhalt des Triangels a f c giebt das Quadrat der gantzen Perpendicular f c, was giebt der Rest, so von des doppelten Triangels Area f a c übrig geblieben?

doppelte Area des Triangels		□		Rest von doppelten △
f a c	giebt	f c	was	f a c
19494	——	116364	——	17811
kommt der Quotus		106317		

4. Daraus ziehet man die Radicem quadratam; so bekommt man c i = 326 Schuh.

5. Ziehet man c i von c f = das ist 326 von 342 Schuh ab, bleiben übrig 16 vor die rechte Tieffe des Grabens, welche gesuchet worden. Und so viel von der Geometrie und Trigonometrischen Rechnung in der Fortification, welche auch zur Erfindung des Mauerwercks dienet. Habe das Letztere alhier durch Zahlen zu erläutern vor unnöthig gehalten, zumahlen ein jeder, welcher das Abgehandelte wohl verstanden und eingenommen, sich leicht darein schicken wird. Dahero schliesse es, und wünsche, daß ein jeder, der sich diese Blätter anschafft, einen ersprießlichen Nutzen daraus ziehen möge, und mir gewogen bleibe, welches mich aufmuntern wird, bald etwas vollständigeres von der Fortification auszuarbeiten.

F I N I S.

daraus die Aream
man 342 mit 57 m
Schuh.

2. Von diesem P
halt oder Profil des
Brustwehr num. 30
63 = 437, das ist d
= 17811.

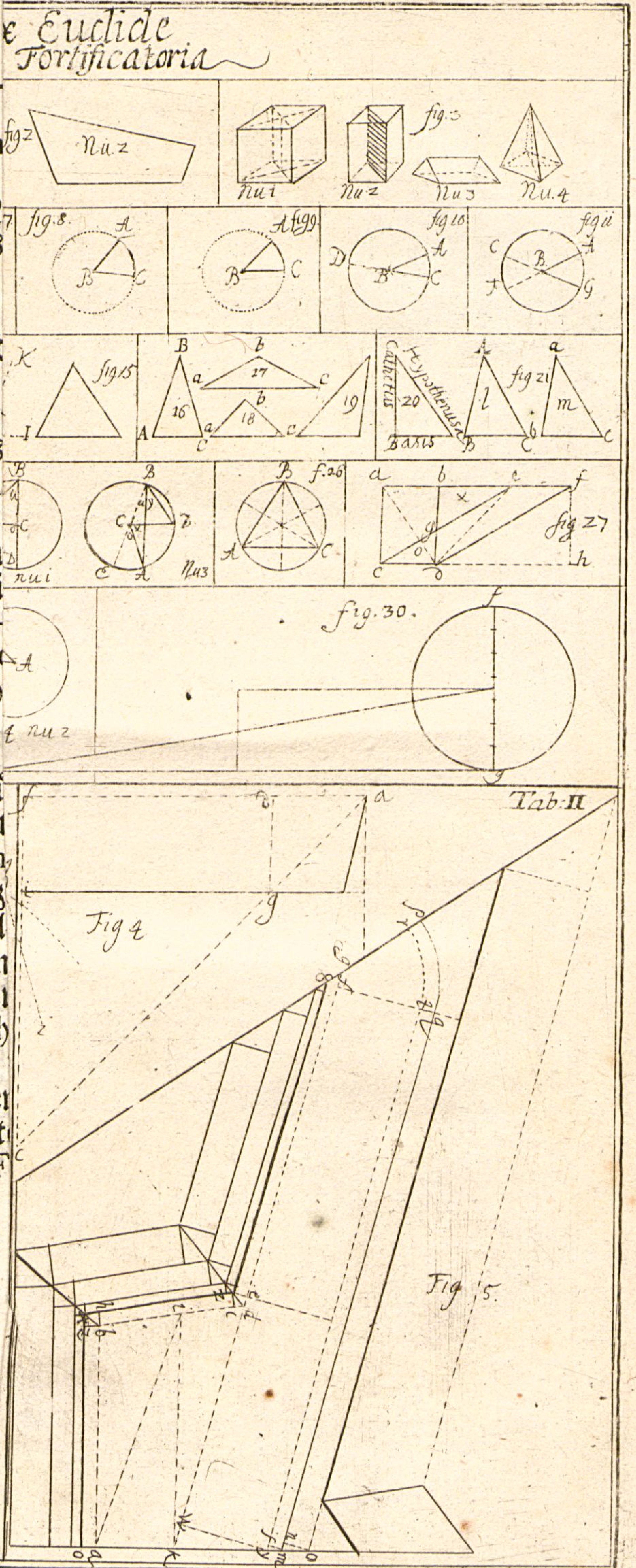
3. Mit dem Re
doppelte Inhalt des
gantzen Perpendicul
doppelten Triangels
doppelte Area des Tr
fac gi
19494 —
kommt der Qu

4. Daraus zieh
bekommt man c i =

5. Ziehet man
Schuh ab, bleiben i
bens, welche gesuchet
metrie und Trigon
cation, welche auch z
Habe das Letztere al
nöthig gehalten, zum
delte wohl verstanden
schicken wird. Dah
jeder, der sich diese
Nutzen daraus ziehen
ches mich aufmunt
von der F

F

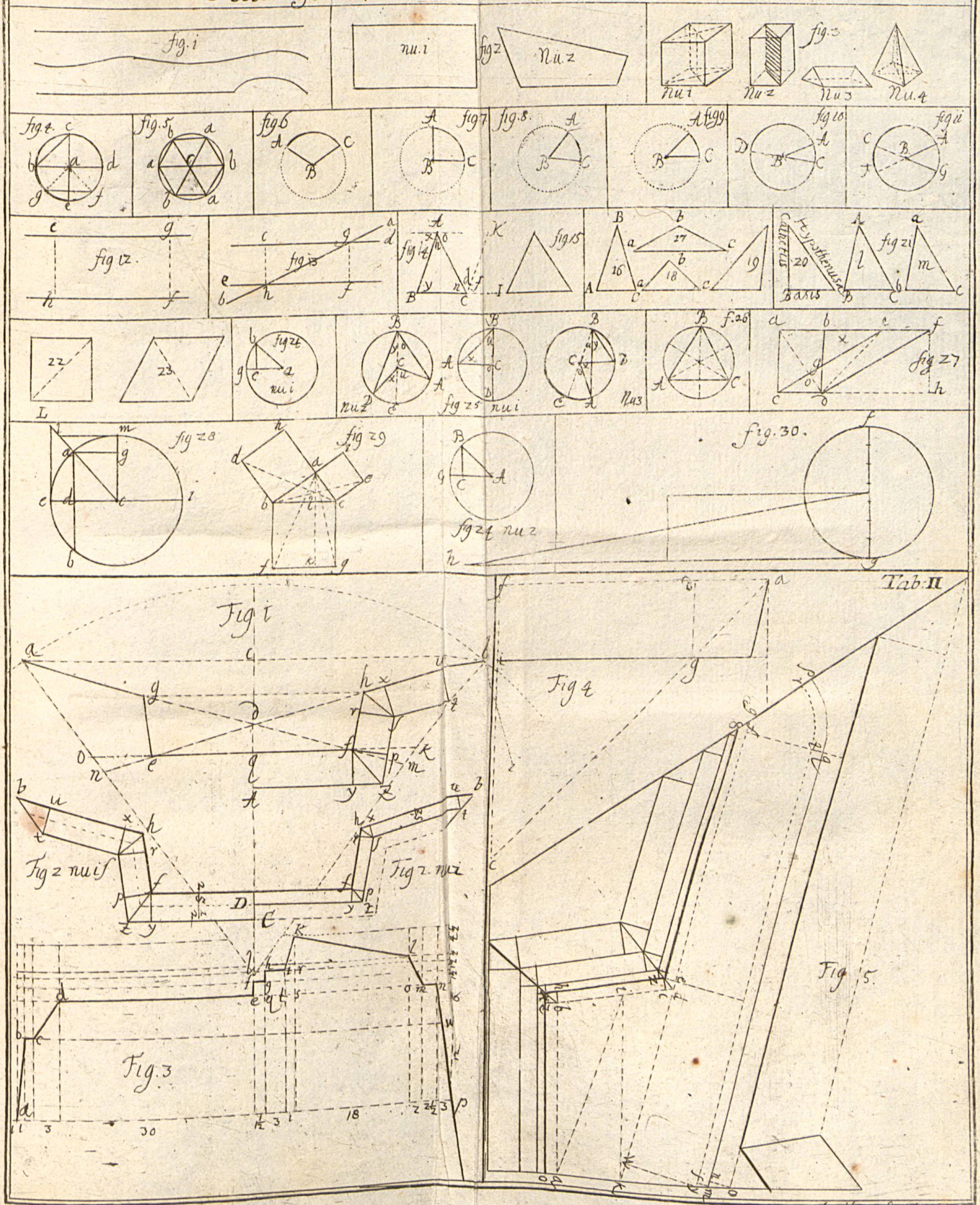
Tab. I



Author fecit 1742

Tab: I

Propositiones ex Euclide Ad Trigonometriam in Fortificatoria



Author fecit 1742

Errata

Im ersten Theil.

Pag. 7. lin. 5. loco a b c d g e f b lese man a b c d f e g b
lin. 6. loco b c d g e f lese man b c d f e g
Pag. 9. §. XIX. loco C B D lese man A B D
Pag. 10. lin. 3. loco A C D lese man C A D
lin. 4. loco C B D lese man A B D
Pag. 11. lin. 5. loco A B C lese man F B C
Pag. 12. lin. 7. loco stumpff lese man stumpffer
Pag. 14. lin. 28. soll das Semicolon (;) nach C c gelesen werden.
Pag. 19. §. LVII. lin. 7. loco und die Seite a c lese man und die Seite a e
Pag. 23. lin. 2. loco Ey seyn lese man Es seyen

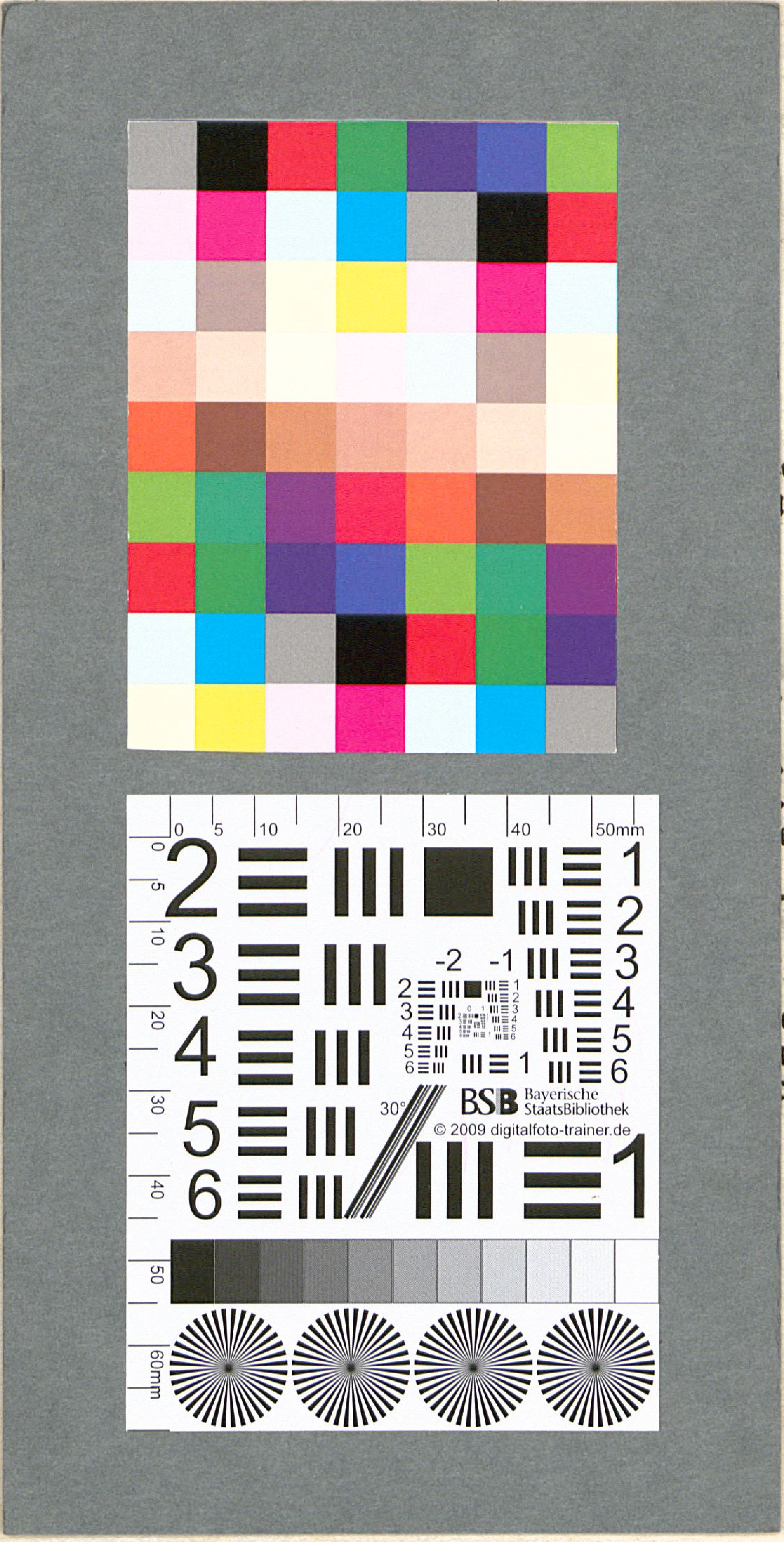
Im zweyten Theil.

Pag. 30. lin. 17. loco §. LXXXV. lese man §. LXXXVII.
Pag. 45. am Rand soll stehen fig. 1. Tab. II.
Pag. 47. am Rand bey der 23. Aufgab soll stehen fig. 2. nu. 2.
Pag. 48. am Rand bey der 24. Aufgab soll stehen fig. 2. nu. 1.
Die übrige Fehler wird der Leser von selbsten corrigiren.

An den Buchbinder.

Weil es zum nutzlichen Gebrauch dieser Blätter dienet, wann man die dazu gehörige Figuren vor Augen liegen hat; als ist es nothwendig, das Kupffer am Ende also einzurichten, daß es heraus geschlagen werden könne.

Vögt


BSB Bayerische StaatsBibliothek
© 2009 digitalfoto-trainer.de

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schöpfflein, Adam Adolph

Specimen Trigonometriae Ad Fortificatoriam Applicatae, Oder Trigonometrische Berechnung Aller Linien und Winckel in der Vaubanischen ersten Bevestigungs-Manier, zu genauer Berechnung des Cörperlichen Innhalt des Walls, Brustwehr, Grabens, bedeckten Weegs, Esplanade, und Mauer-Wercks Welcher Berechnung einige Popositiones aus Euclide wegen besserer Deutlichkeit nach Mathematischer Lehr-Art vorgetragen, vorhergehen; Woraus

Wirtzburg 1742

Res/4 App.mil. 76 t
urn:nbn:de:bvb:12-bsb00074831-1
VD18 1454184